

AALS

Le magazine de l'Académie
Lorraine des Sciences

Numéro 3 - Janvier 2012

Mag

Mathématiques et société

**Évolution climatique :
les modèles et leurs limites**

**Le dilemme du prisonnier
et ses paradoxes**

**Est-il possible de mesurer
le risque des marchés financiers ?**

**Méthodes mathématiques
pour l'analyse d'images médicales**

**Les modèles du trafic routier :
de la théorie à la gestion
des infrastructures**

Editorial



Les mathématiques dans la société

Quasiment toute activité conduit à compter, structurer, optimiser, prévoir des données de plus en plus nombreuses et complexes. Et précisément les mathématiques peuvent largement aider l'être humain dans ces tâches. Les mathématiques sont par ailleurs un instrument de formation au raisonnement rigoureux mais aussi, en

interaction avec d'autres sciences, un moyen de compréhension et de conception de nos objets quotidiens.

L'Académie Lorraine des Sciences, dans son rôle de diffusion des sciences auprès du grand public, a souhaité organiser un colloque ouvert à tous pour que chacun prenne conscience de l'importance des mathématiques dans notre vie quotidienne. Je remercie chaleureusement les collègues et amis qui ont répondu favorablement à mon appel. Ce troisième numéro du magazine de l'ALS rassemble un ensemble d'articles fondés sur les présentations faites lors de ce colloque.

Si l'on entend parfois quelque personnage en vue avouer être « nul en maths », notre chance est néanmoins que l'école française de mathématiques soit d'excellent niveau international et que la culture mathématique de nos scientifiques et ingénieurs est reconnue. On peut aussi se réjouir que 12 des 48 médailles Fields attribuées depuis leur création l'ont été à des mathématiciens français (la médaille Fields est en quelque sorte le prix Nobel des mathématiques).

Pour mesurer l'importance du rôle des mathématiques dans un grand nombre d'applications, une petite brochure intitulée « L'explosion des mathématiques » est offerte gratuitement par la Société Mathématique de France (SMF) et la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI). Elle est téléchargeable depuis le site de la SMF (<http://smf.emath.fr/Publications/ExplosionDesMathematiques/>). On consultera aussi avec profit le document édité par l'Institut Elie Cartan de Nancy (IECN), également téléchargeable depuis le site de l'IECN et intitulé « 1903-2003 : un siècle de mathématiques à Nancy » (<http://www.iecn.u-nancy.fr/100ansdemath/IECN2003-6.pdf>). On connaît les attaches solides et multiples du groupe de mathématiciens connus sous le nom de Bourbaki : Nancy, par le biais de l'IECN, demeure un des grands centres de recherche en mathématiques.

Selon Galilée, le livre de la nature est écrit en langage mathématique. Il n'est donc pas étonnant de constater une interaction croissante des mathématiques avec d'autres disciplines. Tout d'abord la physique qui utilise constamment les mathématiques comme un outil : une stimulation féconde perdure depuis des siècles et se poursuit. Ainsi, le travail de Cédric Villani, médaille Fields 2010, sur les équations aux dérivées partielles, intervient dans le réacteur ITER où l'on a des gaz à l'état de plasma.

En dehors de la physique, l'impact est également important et en accroissement dans de nombreux domaines, faisant appel notamment aux méthodes du traitement du signal : biologie (tout spécialement en génétique), médecine (en particulier pour ce qui concerne le traitement d'images), neurologie (les recherches en mathématiques pour le cerveau sont en plein développement), géologie, acoustique, musique, etc. Les mathématiques apportent beaucoup à ces disciplines qui font un usage constant de techniques, modèles et concepts parfois très élaborés. Il convient aussi de noter que cet impact des mathématiques est très souvent lié à un usage des modèles et techniques informatiques. En effet, seule l'informatique permet de maîtriser la complexité des modèles mathématiques requis, tout particulièrement dans l'industrie, mais aussi plus généralement dans la plupart des disciplines. Le GPS (système de positionnement par satellite), largement répandu dans le public, nous fournit un bel exemple d'interaction pluridisciplinaire mathématiques-physique-informatique-télécommunications. Le principe est simple : le système comprend un ensemble de satellites (24 pour le système GPS américain actuel) disposés de telle façon qu'un usager en tout point de la terre est vu à tout instant par au moins 4 satellites. Après triangulation et résolution de systèmes d'équations, la position est transmise à l'utilisateur avec une précision de quelques mètres obtenue grâce à la présence à bord des satellites d'une horloge atomique donnant le temps avec une très grande précision.

Les mathématiques nous aident à modéliser et donc à comprendre notre environnement. Albert Einstein a émis l'idée que la chose la plus incompréhensible à propos de l'univers est qu'il soit compréhensible, voulant exprimer le fait que de nombreux phénomènes du monde physique et biologique peuvent être décrits et modélisés par des lois mathématiques simples qui ont été découvertes progressivement. Eugene Wigner a de même parlé de « la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les

sciences naturelles ». En effet, des notions et des concepts abstraits inventés par les mathématiciens se sont révélés *a posteriori* les outils adéquats pour appréhender certains aspects du monde physique.

Bien d'autres disciplines que la physique font également un usage important des mathématiques, y compris au sein des sciences humaines, notamment la sociologie et l'économie. Les probabilités et les statistiques y jouent un rôle prépondérant permettant de prendre en compte l'incertain. Pierre Vallois nous emmène dans le monde de la finance, grand consommateur de modèles de ce type.

La théorie des nombres (notamment la décomposition en nombres premiers) et son application au problème hautement sensible et commercial de la cryptographie ont également grandement contribué au rayonnement des mathématiques en dehors de la sphère des laboratoires.

Deux maîtres-mots liés à ce colloque sont modélisation et simulation. Les mathématiques permettent de mettre au point des modèles de phénomènes réels. Ces modèles peuvent notamment servir à simuler de tels phénomènes. La simulation consiste à se placer dans un environnement virtuel pour étudier un phénomène naturel de façon à le comprendre et ainsi le contrôler, prévoir son évolution, concevoir un nouveau produit (voiture, bateau, pont), etc. Moins coûteuse et plus rapide que l'expérimentation réelle, la simulation est désormais universellement répandue. Elle est mise à profit pour prédire le temps en météorologie, comme nous le montre Hervé Le Treut, mais aussi pour gérer et prédire le trafic routier, thème abordé par Jean-Patrick Lebacque. Une telle simulation s'applique à la biologie, à la médecine, comme nous le montre Jérôme Pousin dans le cas du fonctionnement cardiaque, ou encore à la prise de décision, notamment dans les jeux, domaine de prédilection de Jean-Paul Delahaye.

Jean-Paul Haton
Vice-président de l'ALS



P.04 Article de
Hervé LE TREUT

**Evolution climatique:
les modèles et leurs limites**

P.14 Article de
Jean-Paul DELAHAYE

**LE DILEMME DU PRISONNIER
ET SES PARADOXES**

P.22 Article de
Pierre VALLOIS

**Est-il possible de mesurer
le risque des marchés
financiers ?**

P.28 Article de
Jérôme POUSIN

**Méthodes mathématiques
pour l'analyse d'images
médicales**

P.34 Article de
Jean-Patrick LEBACQUE

**Les modèles du trafic routier:
de la théorie à la gestion
des infrastructures**

P.42

Présentation de l'ALS



Évolution climatique : les modèles et leurs limites

Hervé LE TREUT Laboratoire de météorologie dynamique (LMD),
CNRS/ENS/Ecole polytechnique/Université Pierre et Marie Curie.

Les modèles numériques constituent un outil incontournable pour étudier l'évolution future de notre environnement. Ce sont cependant des outils imparfaits car ils combinent une base physique très forte, avec des éléments d'empirisme inévitables, qui reflètent la complexité des milieux naturels et génèrent une incertitude sur les résultats. Malgré cela, les modèles laissent très peu de doutes sur la réalité du risque climatique associé à l'augmentation des gaz à effet de serre. En revanche, les modèles doivent encore progresser pour dimensionner les mesures pratiques à prendre.



Des fondements physiques solides

L'environnement global de notre planète constitue un système d'une grande complexité, parce qu'il associe des éléments aux comportements très différents : fluides atmosphériques et océaniques, glaciers, ou sols continentaux.

Ces milieux échangent continuellement de la matière, de l'énergie ou de la quantité de mouvement au travers de processus qui peuvent être physiques, chimiques, ou biologiques.

L'utilisation de modèles numériques décrivant ce système (que nous appellerons par la suite système climatique) est devenu indispensable pour un grand nombre d'applications : qu'il s'agisse d'en prévoir le comportement à court terme, ou encore d'évaluer l'impact des activités humaines à plus long terme. Le développement des modèles répond ainsi à un besoin social important, car ils constituent souvent les seuls outils qui peuvent éclairer des décisions politiques concernant l'environnement global de notre planète. Malgré l'usage largement partagé et médiatiquement très visible des modèles, la démarche qui sous-tend leur conception n'est pas toujours bien comprise, ce qui nourrit une méfiance diffuse, et conduit à remettre en cause périodiquement le bien-fondé des alertes de la communauté scientifique, en particulier concernant le caractère inéluctable d'un changement climatique si l'augmentation de la teneur atmosphérique en gaz à effet de serre se poursuit. A la décharge de ces sceptiques, la modélisation du système climatique peut sembler au premier abord un objectif impossible, à rebours des démarches scientifiques plus traditionnelles, puisqu'il s'agit de recréer la complexité du monde réel à partir des lois fondamentales de la physique ou de la mécanique. Par ailleurs, les lois de la mécanique des fluides sont non linéaires, elles font interagir toutes les échelles spatiales et temporelles. Ainsi il est bien connu que la circulation atmosphérique n'est pas prévisible de manière déterministe au-delà de quelques jours, parce que la croissance des petites échelles vient contaminer l'ensemble de la circulation. Comment croire alors que la modélisation numérique permette de recréer de manière réaliste et utile les éléments principaux des circulations atmosphériques et océaniques sur des périodes plus longues, de l'ordre du siècle ?



«...le caractère inéluctable d'un changement climatique si l'augmentation de la teneur atmosphérique en gaz à effet de serre se poursuit.»



En fait, en dépit d'une composante imprévisible et chaotique, les écoulements atmosphériques et océaniques présentent des éléments d'organisation très forts, ce qui rend pertinente leur modélisation numérique à l'échelle du globe.

Un coup d'oeil à n'importe quelle image satellitaire (figure 1) montre des structures spirales de plusieurs milliers de kilomètres associées aux dépressions de moyenne latitude. Dans la région intertropicale on peut distinguer une zone de montée de l'air, située principalement près de l'équateur, qui est associée à des pluies intenses, et des zones de descente, où l'air froid et sec qui vient des couches hautes de l'atmosphère détermine au contraire d'immenses zones désertiques. Deux facteurs essentiels sont à l'origine de cette organisation à très grande échelle. Le premier est le gradient de température entre le Pôle et l'Equateur. Celui-ci résulte en premier lieu d'une différence marquée du rayonnement solaire reçu en surface, en moyenne moins intense aux Pôles qu'à l'Equateur, même si les choses ne sont pas tout à fait aussi simples car une partie du rôle des circulations atmosphériques et océaniques consiste précisément à réduire ce gradient de température en apportant continuellement de la chaleur de l'équateur vers les Pôles. L'autre élément d'organisation des circulations est la rotation de la Terre, qui induit des forces de Coriolis dont on peut montrer qu'elles constituent le terme principal qui équilibre les gradients de pression, qui traduisent eux-mêmes les différents processus de chauffage dans les équations de la dynamique de l'atmosphère ou des océans. On désigne cette propriété sous le nom d'équilibre géostrophique ; l'amplitude des autres forces d'inertie est alors très inférieure à celle de la force de Coriolis. Ce quasi-équilibre caractérise les écoulements atmosphériques ou océaniques les plus

courants. Les fluides géophysiques ont par ailleurs une autre propriété extrêmement importante : ils sont stratifiés, c'est-à-dire que leur densité décroît fortement avec l'altitude. Ce sont les modifications de cette stratification qui fournissent l'énergie nécessaire à la mise en route des fluides atmosphériques et océaniques. Une analyse dimensionnelle des équations de la circulation montre alors que l'écoulement s'organise à une échelle horizontale privilégiée, dite longueur de Rossby, qui est de l'ordre du millier de kilomètres dans l'atmosphère, et de la dizaine de kilomètres dans l'océan.

La dimension des grandes cellules tropicales évoquées plus haut, dont la montée détermine la position des forêts équatoriales et la descente celle des grands déserts, correspond, elle, à des contraintes un peu différentes où l'équilibre géostrophique doit s'accommoder de la conservation du moment cinétique de l'air entraîné près de l'Equateur par la rotation de la Terre. D'autres facteurs organisent les écoulements géophysiques à grande échelle : dans le cas des océans la localisation près des pôles des zones où l'eau de surface est suffisamment froide et salée pour plonger jusque dans l'océan profond, joue un rôle déterminant, tout comme la forme des bassins océaniques. Les montagnes ont du côté atmosphérique un rôle similaire, quoique moindre.

Il existe ainsi des principes physiques puissants qui déterminent l'échelle des mouvements atmosphériques et

océaniques, pour une stratification (ou un mode vertical) donnée – ce que confirme l'observation de ces écoulements. C'est sur cette base que les modèles atmosphériques destinés à décrire le climat global ont retenu depuis l'origine une grille de résolution dont le pas spatial est de quelques centaines de kilomètres horizontalement, contre quelques dizaines de kilomètres pour les modèles océaniques, le maillage vertical de ces modèles ayant le plus souvent une résolution de quelques centaines de mètres au mieux, dans chacun des milieux, destinée à représenter les variations et discontinuités principales de la stratification. L'existence de ces échelles spatiales caractéristiques explique que les climatologues, les atmosphériciens en particulier, aient surtout utilisé le gain en puissance de calcul des dernières décennies pour augmenter la durée des simulations, plutôt que pour en améliorer la résolution géographique. La prévision du temps à échéance de quelques jours, cependant, réclame une approche inverse et un accroissement de la résolution spatiale, parce qu'il est nécessaire de prévoir finement certains écoulements orographiques tels que le Mistral, et que cela peut aussi aider à augmenter la durée de validité des prévisions.

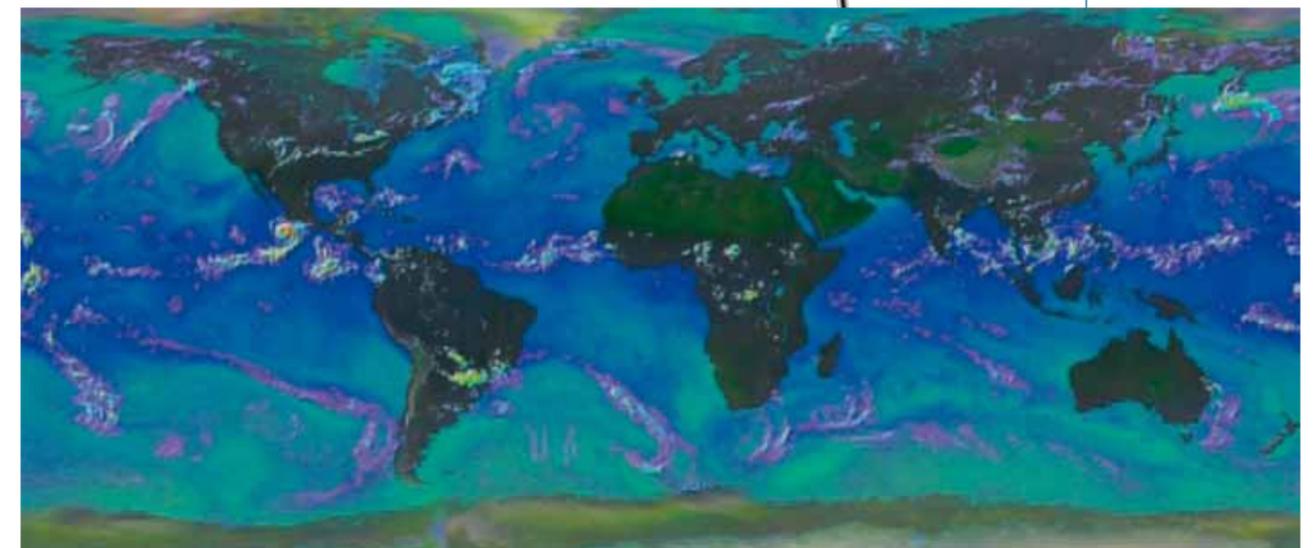


Figure 1

Figure 1 - Circulation atmosphérique vue au travers de l'eau condensée mesurée par un radar satellitaire. Il s'agit d'une image de synthèse réalisée par la NASA pour illustrer l'expérience TRMM Tropical Rainfall Measuring Mission. Dans la troposphère, la température et le niveau de saturation en vapeur d'eau décroissent avec l'altitude : ce qui est visualisé ici correspond aux ascendances de l'air, qui conduisent à une condensation de l'eau atmosphérique.



«L'essentiel de la masse de l'atmosphère est concentrée dans les vingt premiers kilomètres, alors que la profondeur moyenne de l'océan est inférieure à quatre kilomètres»

Interactions entre échelles spatiales et paramétrisations

mation quasigéostrophique, filtrage des ondes de gravité) ; d'autre part représenter l'effet statistique des petites échelles sur l'écoulement – ce que l'on appelle la « paramétrisation » de ces échelles. Bien sûr, cette approche suppose un découplage suffisant pour que les propriétés statistiques des petites échelles soient déterminables à partir des conditions atmosphériques ou océaniques à grande échelle – une propriété qui se révèle *a posteriori* assez bien vérifiée, mais qui constitue une limitation intrinsèque des modèles. Le développement de paramétrisations occupe ainsi une place importante dans nos disciplines. Il ne peut s'envisager sans l'observation détaillée des systèmes représentés, ce qui a entraîné la mise en place au fil des années de campagnes d'observations ciblées, par exemple de certains systèmes nuageux (stratus, cirrus, nuages convectifs de type cumulonimbus – par exemple associés à la mousson africaine, comme ce sera le cas dans la future campagne AMMA qui va occuper une part importante de la communauté française dans les années à venir), ou encore des effets du sol (végétation, relief, glace ou neige). De même des campagnes en mer importantes (POMME, dans l'Atlantique nord) ont été mises en place pour déterminer les conditions de mélange vertical dans les océans. Le développement de paramétrisations s'appuie aussi sur des approches plus théoriques et sur les résultats de modèles phénoménologiques de plus petite échelle, par exemple les modèles dits LES (Large Eddy Simulations), qui décrivent les couches limites.

Les modèles incluent aussi une représentation, elle aussi nécessairement simplifiée, des sources de chaleur : il s'agit de décrire la chaîne des processus qui permettent que l'énergie reçue du Soleil soit exactement compensée par l'énergie émise par le système terre-océan-atmosphère. La température de surface du Soleil est de 6 000 °C environ et la longueur d'onde du rayonnement solaire s'étend de l'ultraviolet



à l'infrarouge proche, c'est-à-dire d'environ 0,3 à 5 micromètres. La valeur de l'insolation au sommet de l'atmosphère (aux alentours de 1 370 W/m²) a été estimée dès le siècle dernier à partir des observatoires en altitude ; elle est désormais mesurée par satellite. Cette énergie solaire n'est pas absorbée dans sa totalité par la Terre : 30 % environ sont réfléchis vers l'espace, 50 % traversent l'atmosphère et chauffent le sol ou les océans, 20 % chauffent directement l'atmosphère. Pour rendre à l'espace l'énergie qu'elle reçoit du Soleil, la Terre émet elle aussi un rayonnement électromagnétique, dans le domaine infrarouge, c'est-à-dire dans une gamme spectrale allant de 5 à 100 micromètres. L'émission provient de la surface de la planète, mais aussi de certains gaz minoritaires de l'atmosphère – dits gaz « à effet de serre » – et des nuages. L'étude du transfert radiatif dans l'atmosphère constitue un problème physique assez bien compris, même s'il subsiste des incertitudes – par exemple en présence de nuages à la géométrie complexe. Le calcul des équations de transfert radiatif se fait dans les modèles au moyen de systèmes d'hypothèses consistant à intégrer le flux d'énergie sur des bandes spectrales larges, et sur l'ensemble des directions de propagations vers le haut et vers le bas. Il est alors impossible de traiter exactement le rôle radiatif des gaz qui absorbent le rayonnement dans des domaines spectraux très précis, même si les calculs des modèles climatiques sont validés par référence à des calculs détaillés qui, eux, prennent en compte toutes les raies spectrales une par une. Les équations du transfert radiatif dans l'atmosphère jouent aussi un rôle central dans l'observation satellitaire de la planète, et elles sont donc également vérifiées dans ce cadre.

Les multiples facteurs de complexité des systèmes naturels

La phase de développement des modèles atmosphériques ou océaniques que nous venons de décrire a été principalement le travail de physiciens ou de mécaniciens et elle s'est appuyée sur un corps d'équations qui sont formulées explicitement. Bien sûr, même à ce stade, l'usage des modèles a été sujet à des limitations que nous venons d'évoquer (non linéarité, nécessité des paramétrisations). Mais depuis quelques années, la croissance considérable des moyens de calcul a modifié les conditions d'usage et de définition des modèles, ce qui a introduit plusieurs révolutions successives, dont chacune a ouvert des domaines d'incertitude scientifique nouveaux.

La première de ces révolutions s'est produite il y a plus de 10 ans, sans être parfaitement achevée : les modèles atmosphériques et océaniques qui avaient été développés séparément ont été couplés (en association avec des modèles de la banquise), pour devenir des modèles unifiés de l'ensemble des enveloppes fluides de la planète. Dans le même temps, l'utilisation des modèles pour les études climatiques s'est clairement séparée du domaine de la prévision météorologique. Dans ce dernier cas, les modèles sont intégrés à partir d'un état initial observé et on cherche à ce que l'écoulement simulé soit le plus réaliste possible, tout au long de la simulation. On sait que cet exercice n'est possible que pour une durée de quelques jours. Mais si l'on continue au-delà de cette échéance, l'intégration dans le temps du modèle climatique va l'amener à construire sa propre climatologie, c'est-à-dire sa propre statistique d'événements météorologiques et océaniques, que l'on caractérise par des moyennes, des variabilités à des échelles intrasaisonnnières, saisonnières ou interannuelles, par la récurrence de situations extrêmes. Ce climat simulé reflète l'impact sur l'écoulement de facteurs tels que l'ensoleillement, les gaz à effet de serre ou la rotation de la Terre, mais il est indépendant des conditions atmosphériques de départ, qui sont oubliées après quelques jours de simulation ; il dépend partiellement des conditions océaniques initiales, ce qui pose un problème, car on les connaît mal.

Avec la reconnaissance de l'importance des processus chimiques et biologiques qui contrôlent la teneur atmosphérique en CO₂, en méthane ou en aérosols, la communauté scientifique a été confrontée à un autre niveau de complexité et à une forme d'interdisciplinarité plus large. Elle a dû étendre le contenu des modèles, pour créer des « modèles du système Terre » qui incluent l'ensemble de ces processus. Cette évolution, encore inachevée, détermine un changement qualitatif dans la nature des modèles, qui deviennent nécessairement empiriques.

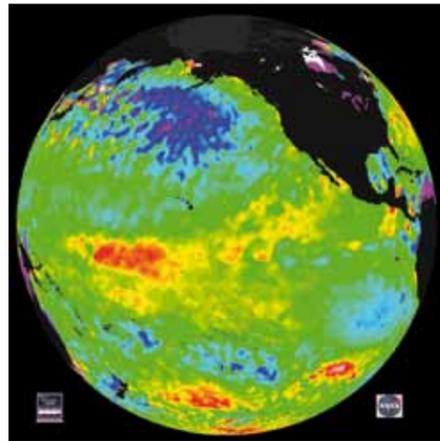


Pour prendre un exemple, l'évolution de la photosynthèse en Amazonie dans un cas de réchauffement climatique est déterminée par la compétition entre des centaines d'espèces végétales différentes. La modélisation ne peut plus alors s'appuyer sur des équations fondamentales.

Mais, quelles que soient les difficultés rencontrées, le travail de vingt ans de développement des modèles a désormais permis d'amener leur climatologie très près de la climatologie observée. Les modèles reproduisent non seulement des modes d'interaction complexe tels que l'oscillation couplée océan-atmosphère qui domine la variabilité tropicale (El Niño), mais aussi des climats très différents (le dernier maximum glaciaire il y a 21 000 ans, ou le climat un peu plus chaud appelé optimum climatique qui s'étend jusqu'il y a 6000 ans).

La prévision des variations climatiques futures

Il devient légitime d'utiliser les modèles pour essayer de simuler des scénarios concernant l'action de l'homme sur le climat. Cette action peut prendre plusieurs formes (modification des propriétés du sol, émissions de poussière) mais l'effet dominant est celui des gaz à effets de serre.



Ceci correspond à une réalité un peu paradoxale : la vapeur d'eau (représentant 2 millièmes de la masse de l'atmosphère), le CO₂ (près de 10 fois moins), quelques gaz traces présents à des teneurs plus faibles encore (méthane, ozone), les nuages (condensat d'une fraction de la vapeur d'eau ne dépassant pas quelques pourcents) suffisent à produire un réchauffement de surface qui conduit la température de la planète de - 18 °C en moyenne (si elle n'était composée que d'oxygène et d'azote), à sa valeur actuelle de 15 °C. Ce réchauffement de 33 °C ne constitue d'ailleurs qu'une sous-estimation de l'effet radiatif des gaz à effet de serre : en effet l'atmosphère doit aussi maintenir une stratification verticale stable, qui limite le gradient vertical de température, et donc la température de surface. Nous sommes donc confrontés à un phénomène extrêmement sensible, que les activités humaines ont le pouvoir d'augmenter significativement, et ce, d'autant plus que certains gaz ont une durée atmosphérique très grande : le « temps de résidence » du CO₂ dans l'atmosphère (ou plus exactement, le temps de retour à un équilibre si l'on cesse d'en émettre) est de l'ordre du siècle. Le CO₂ s'accumule donc dans l'atmosphère et sa croissance est exponentielle. Un gaz comme le méthane a quant à lui une durée de vie de l'ordre de la décennie, certains fréons très stables de l'ordre du millier d'années.

Tenter d'évaluer des scénarios de changement climatique pour le futur a été entrepris depuis près de vingt ans avec des modèles et des approches de complexité croissante. Dans un premier temps les

modèles étaient limités à une composante océanique très simple, une simple couche d'eau de 50 mètres, dont le temps de réchauffement donnait son inertie au système climatique. Ces modèles permettaient de prédire des variations climatiques qui dans les grandes lignes restent pertinentes. Le réchauffement est plus marqué vers les Pôles ou sur les continents, avec une valeur moyenne du réchauffement se situant dans une fourchette de 1,5 à 5 degrés Celsius. Au contraire la modification du système hydrique est plus importante dans les Tropiques, avec une tendance à l'exagération des tendances actuelles, et donc plus de pluie dans les régions humides, et plus de sécheresse dans les régions semi-arides (ce diagnostic étant à nuancer du fait du déplacement possible de ces zones sèches ou humides). Par la suite, des modèles plus complexes ont été utilisés : introduction d'un océan complexe, scénarios d'augmentation progressive du CO₂ et des autres gaz à effet de serre, ces scénarios s'inspirant désormais de modèles socio-économiques (évolution de la démographie, du mode de croissance) pour établir des évolutions possibles des émissions de gaz à effet de serre. Ces résultats confirment ceux des modèles plus simples. La réponse océanique peut modifier la répartition géographique de certains processus (arrêt de la circulation Nord-Atlantique et moindre réchauffement dans cette région, augmentation des événements El Niño), mais les tendances à plus grandes échelles restent les mêmes. Il s'y ajoute une élévation du niveau de la mer de quelques dizaines de centimètres résultant de la dilatation des océans et de la fonte des glaciers de montagne.



«...l'exagération des tendances actuelles, et donc plus de pluie dans les régions humides, et plus de sécheresse dans les régions semi-arides...»

Comprendre les différences entre modèles

Ces résultats restent néanmoins tributaires d'incertitudes assez larges, qui peuvent paraître surprenantes pour le non-spécialiste. Dans son rapport 2001, le GIEC prévoyait pour l'an 2100, un réchauffement de 2° à 6 °C.

Le résultat dépendant à la fois des scénarios d'émissions de gaz à effet de serre ou de la sensibilité des modèles utilisés, chacun de ces deux facteurs expliquent en gros une moitié de la dispersion des résultats (figure 2). Les scénarios d'émission correspondent à une tentative, sinon de prévoir les activités humaines, du moins de décrire un certain nombre de futurs possibles – il est donc heureux qu'une incertitude subsiste, c'est celle du libre choix de nos sociétés. On peut être plus surpris que différents modèles (il en existe une quinzaine à l'échelle de la planète) donnent des résultats très différents. En fait nous avons vu plus haut que les modèles représentaient assez bien les grandes échelles horizontales, mais de manière statistique ou paramétrique les mouvements de plus petite échelle qui contrôlent la stratification verticale. Or le forçage radiatif par les gaz à effet de serre est en premier lieu une perturbation de cette stratification, avec un réchauffement des dix kilomètres les plus bas de l'atmosphère (la troposphère) et un refroidissement de la stratosphère. Il n'est donc pas étonnant que les modèles ne soient pas parfaitement adaptés à cette situation et que, selon les approches retenues pour la représentation des échelles turbulentes ou convectives, ils puissent donner des résultats d'ampleur différente. Cette situation a été analysée, et a montré que l'élément le plus sensible est l'effet de la vapeur d'eau ou celui des nuages.

Dans les modèles, l'effet de la vapeur d'eau multiplie par deux l'amplitude de la réponse climatique : c'est donc un effet considérable, qui a très vite attiré l'attention de la communauté scientifique mais aussi de certains groupes de pression. Dans un premier temps des données satellitaires ont semblé offrir une validation simple. Une mesure du rayonnement infrarouge au sommet de l'atmosphère permet de déduire un « indice d'effet de serre » qui est très bien corrélé aux valeurs de la température de surface. Après analyse plus poussée, la situation est apparue moins simple qu'anticipé. En particulier, les régions tropicales sont sèches sur de larges étendues, au dessus des déserts et des océans adjacents, où l'air est donc loin de son niveau de saturation. Dans ces régions ce ne sont pas les fluctuations de la température, mais celles de la

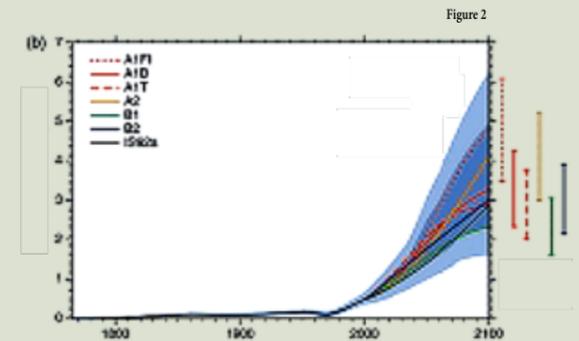


Figure 2 - Scénarios d'évolution de la température jusqu'en 2100 (Groupe Intergouvernemental pour l'Évolution du Climat, 2001). Chaque barre de couleurs renvoie à un scénario socio-économique donné, dont les conséquences climatiques sont évaluées par un ensemble de modèles.

dynamique de l'atmosphère qui contrôlent l'humidité : si le mouvement descendant qui amène l'air sec depuis les hautes couches de l'atmosphère vers ces régions désertiques tend à s'accroître, alors l'effet de serre lié à la vapeur d'eau pourrait diminuer : la possibilité d'une rétroaction négative a ainsi été soulevée par Richard Lindzen, du MIT. Les modèles ne confirment pas ce scénario, mais comment vérifier leur validité ? La communauté scientifique a dû entreprendre un travail fin, consistant à évaluer les modèles dans le cadre des changements climatiques observables (variations saisonnières, variations interannuelles associées à des phénomènes tels que El Niño, ou âge glaciaire). La transposition de ces situations au cas du réchauffement global est toujours indirecte, parce que les changements de circulation atmosphérique ont une localisation différente, mais dans tous les cas la présence d'une rétroaction positive de vapeur d'eau est nécessaire pour que les simulations soient réalistes.

Ce type de démarche doit désormais être appliqué au cas, plus complexe encore, des nuages : ces derniers réchauffent le climat par effet de serre, le refroidissent par réflexion du rayonnement solaire. A cela s'ajoute un dégagement de chaleur latente qui est le premier terme de chauffage direct de l'atmosphère, particulièrement important dans les Tropiques. L'importance relative de ces processus dépend de caractéristiques nuageuses qui peuvent varier avec le climat : hauteur, forme, microphysique (taille des gouttes ou des cristaux). La neige, la glace, de manière générale l'état des sols, constituent aussi des facteurs de modification de la réponse climatique qui restent difficiles à évaluer. Les données satellitaires qui doivent permettre une évaluation plus fine des modèles commencent déjà à exister, et d'autres le seront à bref délai : c'est ainsi que plusieurs instruments actifs (radar, lidar), et un radiomètre capable de mesurer la lumière solaire réfléchi sous plusieurs angles et plusieurs polarisations (POLDER) seront disponibles d'ici deux ans. Les données recueillies permettront d'évaluer la variation d'un grand nombre de paramètres nuageux (ou liés aux aérosols) dans le cadre de fluctuations climatiques naturelles, première étape pour en évaluer le rôle dans le cadre des changements climatiques futurs.

Conclusion : le caractère incontournable de la modélisation

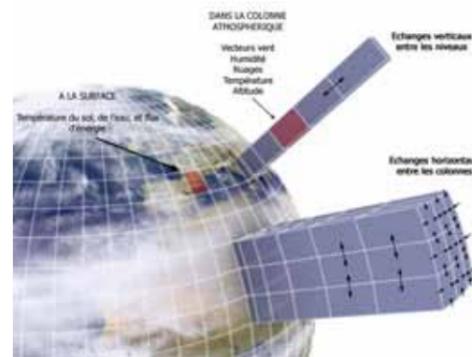
En dépit de toutes ces incertitudes plusieurs facteurs montrent que l'apport des modèles ne peut être négligé. Tout d'abord, malgré la sophistication croissante des modèles la fourchette dans laquelle se situent les résultats évolue peu. De plus, aucun modèle ne se montre insensible à l'augmentation des gaz à effet de serre.



«...dès le début du vingtième siècle un savant comme Arrhenius avait prévu un réchauffement de quelques degrés si les gaz à effet de serre continuaient à augmenter.»

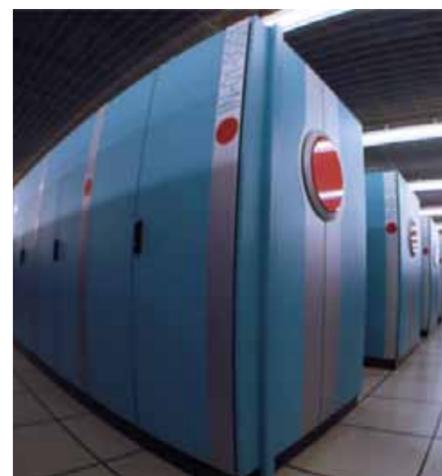
Personne n'a réussi à mettre en évidence de rétroaction négative suffisamment forte pour modérer efficacement la réponse climatique, dans le cadre fortement contraint par les lois de conservation de la physique que constituent les modèles. Ce résultat recevrait pourtant certainement une publicité considérable. Le modèle apparaît ainsi comme un outil de réfutation des hypothèses : dès le début du vingtième siècle un savant comme Arrhenius avait prévu un réchauffement de quelques degrés si les gaz à effet de serre continuaient à augmenter. Au fil des années, la complexité des processus réels a été prise en compte, et l'éventail des futurs possibles s'est ouvert. Mais rien n'est revenu mettre en cause la prévision initiale, et la charge de la preuve est désormais entièrement retournée : le dossier scientifique est désormais instruit suffisamment en profondeur pour que ce soit à ceux qui prétendent que le climat ne peut pas changer d'apporter des éléments à l'appui de leurs assertions.

En fait, en l'état, les modèles sont plutôt précautionneux, et n'intègrent pas tous les éléments possibles de déstabilisation du climat. Par exemple ils n'intègrent que très rarement une représentation du cycle du carbone. Deux tentatives préliminaires réalisées à l'IPSL (Institut Pierre Simon Laplace - Paris) et au Hadley Centre (Grande-Bretagne) ont montré que dans un climat chaud la capacité de la végétation à stocker de la matière organique se trouvait diminuée, tout comme la capacité d'absorption des océans, ce qui conduit à une augmentation plus rapide du CO2 atmosphérique et du réchauffement, effet qui reste ignoré dans la plupart des scénarios climatiques futurs. De même les effets mal connus d'un réchauffement sur la production de méthane ne sont pas pris en compte (en particulier en cas de dégel du pergélisol, c'est-à-dire du sol qui est actuellement gelé toute l'année et emprisonne du méthane). Dans le futur l'usage des modèles va se modifier. La question « le climat peut-il changer ? » a en grande partie reçu réponse : nous sommes déjà dans une situation où l'on ne sait pas expliquer le réchauffement des dernières décennies autrement que par l'effet de serre. L'enjeu des recherches consiste de plus en plus à aider les négociations inter-



nationales autour du problème de l'effet de serre. Par exemple, mieux apprécier l'effet comparé des différents gaz, permet de prendre des mesures plus justes pour en limiter les émissions. De même nous savons que, au fur et à mesure que le climat changera, nos incertitudes sur les prévisions futures se réduiront : une description, même approchée, de cette évolution, permet de mieux adapter à la fois le calendrier et l'ampleur des mesures qui seront prises.

Il y a là un enjeu stratégique d'autant plus fort que la science peut encore évoluer rapidement. D'abord à cause de l'observation satellitaire : le nombre d'instruments qui auscultent la Terre augmente. A côté des mesures régulières, opérationnelles, il apparaît une variété importante d'instruments de recherche qui donnent accès à une palette croissante de paramètres et de processus. Par ailleurs la croissance continue des moyens de calcul nous amène désormais tout près d'un seuil qui paraissait inaccessible pour les modèles globaux il y a encore quelques années : celui où il deviendra possible d'atteindre un maillage horizontal de quelques kilomètres et donc de résoudre explicitement les échelles convectives de redistribution verticale de l'eau et de la chaleur. Cette perspective est désormais à portée de main avec le Earth Simulator japonais, actuellement le calculateur le plus rapide du monde.



Earth Simulator



Le réchauffement qui nous attend en 2100 (de 2 à 6 degrés de réchauffement en moyenne) est considérable si l'on sait que ce qui nous sépare d'un âge glaciaire est 5 degrés environ (vers le froid !). Pour stabiliser le climat, il faudrait diminuer par deux ou trois les 6 à 7 milliards de tonnes de carbone émises chaque année par les activités humaines – et donc se limiter à une émission par individu d'une demi-tonne (ce qui est le lot actuel des chinois, contre 2 à 3 pour les européens, et 6 pour les américains du Nord). Ces objectifs ne sont pas réalistes dans les conditions actuelles. Ce qui sera réalisé ne sera qu'une partie de l'effort nécessaire (ce qui reste une contribution intéressante, car susceptible de diminuer ce qui constitue le danger majeur du changement climatique à venir : sa vitesse), mais il sera négocié très durement.



Dans la démarche des modélisateurs on est ainsi passé d'une approche purement académique destinée à bien comprendre le fonctionnement de notre environnement, à une approche plus large, nécessaire pour argumenter la prise de décisions. La complexité du monde naturel fixe des limites à cet exercice, mais elle indique aussi que nous ne serons probablement jamais en mesure de contrôler l'évolution de notre planète, si elle commence à nous échapper.



Hervé LE TREUT

Professeur à l'Ecole polytechnique/Université Pierre et Marie Curie



Ancien élève de l'École normale supérieure, Hervé Le Treut a soutenu en 1985 une thèse de doctorat sur la modélisation des nuages dans le système climatique. Tout au long de sa carrière, Hervé Le Treut a beaucoup apporté à la compréhension des phénomènes qui interviennent dans l'évolution du climat :

interaction atmosphère/océan, influence du cycle de l'eau, mais également prise en compte des effets biochimiques. Il a aussi étudié l'influence humaine dans l'effet de serre. Ses travaux ont donné lieu à une centaine de publications. Ses compétences lui ont valu de faire partie du GIEC, le groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat.

Parallèlement à ses activités de recherche et de direction de l'IPSL (Institut Pierre Simon Laplace), Hervé Le Treut est professeur de mécanique à l'École polytechnique, et à l'université Pierre-et-Marie-Curie. Il enseigne également la dynamique climatique à l'École normale supérieure.

Hervé Le Treut est membre de l'Académie des Sciences.



Le dilemme du prisonnier et ses paradoxes

Jean-Paul Delahaye
Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille
Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille

La théorie des jeux est une source intarissable de paradoxes : bien souvent, nous croyons comprendre un jeu, nous agissons en conformité avec ce que nous imaginons être du bon sens, puis nous nous rendons compte que ce n'est pas aussi simple qu'on le pensait. Parfois, nous en arrivons à la conclusion que ce qui paraissait aller de soi est en réalité totalement faux : la subtile logique du jeu résiste à l'intelligence. Comprendre et maîtriser le jeu exige alors que nous démontrions un ou plusieurs paradoxes.

Nous allons décrire un jeu particulièrement élémentaire -très prisé des théoriciens-, au sein duquel quatre paradoxes vont surgir. Le problème sera de formuler des explications aussi simples que possible pour repérer les idées faussement évidentes auxquelles il faut renoncer, puis de formuler une analyse rationnelle du jeu qui remette tout en place.

Voici donc l'histoire du dilemme du prisonnier



Surpris devant une banque, des armes dans les poches, vous avez été arrêté avec votre complice. Le juge souhaite vous faire avouer que vous étiez sur le point de mener une attaque de la banque. Il ne dispose d'aucune preuve.

Il vous dit :

- si aucun de vous n'avoue, vous irez 2 ans en prison chacun, pour le délit de port illégal d'arme ;

- si vous avouez tous les deux, vous irez en prison 4 ans chacun ;

- si l'un avoue et l'autre non, celui qui aura avoué sera libéré et l'autre sera condamné à 5 ans de prison.

Vous ne pouvez pas communiquer avec votre complice. Vous devez vous décider maintenant.

Que faites-vous ?



Deux raisonnements conduisent à deux conclusions différentes

► Raisonnement 1

Notre intérêt commun est évident. Nous ne devons pas avouer. Si aucun de nous n'avoue [cas 1] nous ne ferons que 4 années de prison au total (2 ans chacun) alors que si nous avouons tous les deux [cas 2] nous écoperons de 4 ans chacun, donc de 8 ans au total. Dans le cas où l'un avoue et l'autre non [cas 3], nous serons condamnés au total à 5 ans de prison que devra faire celui qui n'a pas avoué. Entre 4, 8 et 5 années de prison, il n'y a pas d'hésitation à avoir. **Donc, je n'avoue pas.**

► Raisonnement 2

Considérons les possibilités qui s'offrent à mon complice. Ou bien il avoue, alors mon intérêt est d'avouer pour n'aller que 4 ans en prison, au lieu de 5 si je n'avoue pas. Ou bien il n'avoue pas, et alors mon intérêt est d'avouer pour être libéré au lieu de faire 2 ans de prison. Quelle que soit la décision prise par mon complice, ne pas avouer augmente la durée de mon séjour en prison : il n'y a pas le moindre doute, **je dois avouer.**

	RIBOULDINGUE AVOUÉ	RIBOULDINGUE N'AVOUÉ PAS
FILCHARD AVOUÉ	4 ANS	5 ANS
FILCHARD N'AVOUÉ PAS	5 ANS	2 ANS

DILEMME DES PRISONNIERS. Chacun des deux inculpés peut soit avouer, soit ne pas avouer ; pour chacune des quatre combinaisons, les peines respectives sont représentées.

Comment résoudre ce paradoxe fondamental ?

La situation du dilemme est souvent modélisée en comptant les années de liberté gagnées par rapport au pire des cas (5 ans de prison). L'aveu est alors noté **t** (comme trahir, car en avouant on trahit son complice), et le silence est noté **c** (comme coopération, car en se taisant on maintient l'association constituée avec son complice). Les trois cas sont alors les suivants :

- Cas 1 : [c, c] qui donne 3 et 3 (années de prison évitées par rapport aux 5 ans de prison du pire cas).
- Cas 2 : [t, t] qui donne 1 et 1.
- Cas 3 : [t, c] qui donne 5 et 0.

Il est admis que ce jeu modélise de manière approchée de nombreuses situations concrètes, dont :

- la concurrence économique entre deux entreprises : **c** = accord sur les prix ; **t** = tentative de conquérir plus de parts de marché en baissant unilatéralement les prix de ses produits.
- la lutte entre deux espèces animales pour l'accès à une ressource en nourriture : **c** = attitude pacifique et de partage ; **t** = attitude agressive pour s'emparer de toute la ressource.

Dans ces situations, il est intéressant d'imaginer que le choix entre **c** et **t** pour chaque joueur se présente plusieurs fois successivement (ce qui n'est le cas pour les prisonniers de l'histoire), par exemple régulièrement une fois chaque jour.

On parle alors de *dilemme itéré du prisonnier*. Un joueur, lorsqu'il choisit entre **c** et **t**, connaît le passé de la confrontation. Il sait par exemple que le premier jour son adversaire a joué **c** en même temps que lui, puis qu'il a toujours joué **t** alors que lui jouait **c**. Pour un joueur, une stratégie consiste donc à choisir un comportement prenant en compte cette information disponible sur le passé de la rencontre. Voici quelques exemples de stratégies envisageables :

- **Stratégie gentille G** : chaque jour, sans tenir compte de ce qu'a fait mon adversaire, je joue **c**.
- **Stratégie méchante M** : chaque jour, sans tenir compte de ce qu'a fait mon adversaire, je joue **t**.
- **Stratégie hésitante H** : je joue alternativement **t, c, t, c, t, c**, etc.
- **Stratégie rancunière R** : le premier jour, je choisis **c** et je continue à jouer **c** tant que l'autre n'a pas joué **t** ; si cela se produit, je joue alors **t** sans plus jamais revenir à **c**.
- **Stratégie donnant-donnant D** : le premier jour, je joue **c**, et par la suite, je joue le jour n ce que mon adversaire a joué le jour $n-1$.
- **Stratégie prudente P** : le premier jour je joue **t**, et par la suite, je joue le jour n ce que mon adversaire a joué le jour $n-1$.

À ce jeu, si vous comparez les réussites moyennes de plusieurs stratégies prises dans un ensemble fixé (par exemple celui des six stratégies G, M, H, R, D, P décrites ici) la stratégie donnant-donnant gagne assez souvent et en tout cas fait un bon score moyen. Robert Axelrod, l'inventeur de la version itérée du dilemme, a organisé deux concours où chaque participant proposait une stratégie : dans chacun des deux cas, la stratégie donnant-donnant a gagné. Depuis, ses résultats ont été confirmés et affinés.



Un triple paradoxe



Un triple paradoxe apparaît cependant à l'examen des résultats obtenus.

► **Paradoxe du gagnant qui perd**

Une certaine stratégie S1 fait un meilleur score que son adversaire quel que soit l'adversaire qu'elle rencontre, et pourtant S1 arrive très mal classée quand on examine les gains cumulés (en faisant jouer chaque stratégie contre toutes les autres).

► **Paradoxe du perdant qui gagne**

Une stratégie S2 fait un score inférieur ou égal à celui de son adversaire, quel que soit celui-ci. Pourtant S2 se classe très bien quand on considère les gains cumulés.

► **Paradoxe de la domination cyclique**

Bien qu'aucun aléa et aucune psychologie ne fassent varier les choix des stratégies —elles ont des comportements purement mécaniques—, il existe trois stratégies A, B, C telles que A bat B qui bat C qui bat A.

Saurez-vous trouver quelles sont les stratégies S1, S2, A, B et C qui engendrent ces paradoxes, et donner des explications satisfaisantes expliquant ce qui apparaît comme trois invraisemblables absurdités ?

Donnez-vous la peine de réfléchir un peu avant de lire la suite. Les solutions proposées vous sembleront alors plus intéressantes.

Solutions des quatre paradoxes

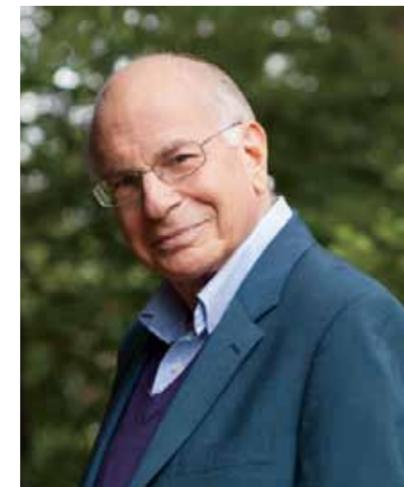
Le paradoxe fondamental du dilemme du prisonnier provient simplement de l'identification faite sans réfléchir entre intérêt collectif et intérêt individuel. L'intérêt collectif des deux individus arrêtés est effectivement qu'aucun n'avoue (raisonnement 1) ce qui correspond au coup **c** qu'ils doivent choisir simultanément. Il est tout aussi vrai que, pris individuellement et dans l'impossibilité de convenir d'un accord avec leur complice (accord comportant d'éventuels dédommagements ou représailles en cas de rupture), il est impossible de ne pas suivre le raisonnement 2 qui conduit à avouer au juge (coup **t**).

Si on admet que le but de chaque individu est uniquement de maximiser son gain, c'est-à-dire d'aller le moins longtemps possible en prison, et si on admet que son propre comportement n'a pas d'influence sur celui de l'autre (ce qui résulte des règles), alors la rationalité pure donne inmanquablement la priorité au raisonnement 2 (coups **t** et **t**). Elle amène donc les deux joueurs à la situation la pire collectivement pour eux deux : 8 ans de prison !



Pourtant lors d'expériences menées par des psychologues avec des sujets humains et des enjeux réels en argent, on constate que 40% environ des sujets mis dans la situation du dilemme du prisonnier coopèrent (c'est-à-dire suivent le raisonnement 1, considérant que l'intérêt collectif est de ne pas avouer). Ces 40% prennent donc le risque de se faire exploiter par leur complice qui, s'il les trahit (c'est-à-dire avoue au juge), les envoie en prison pour 5 ans et retrouve la liberté !

La question posée par ce paradoxe est celle très générale de l'opposition entre défense de l'intérêt individuel et prise en compte de l'intérêt collectif. Il s'agit d'une question morale tout à fait semblable à celle que vous rencontrez quand vous vous demandez si vous devez laisser votre sac-poubelle de pique-nique par terre dans cette forêt où vous ne reviendrez jamais. Même si cela semble désolant, la rationalité pure de celui qui ne considère que son intérêt individuel est du côté du raisonnement 2 : elle commande de trahir... et de laisser le sac-poubelle dans la forêt. Le psycho-



Amos Tversky

logue Amos Tversky a évoqué le recours à une pensée quasi-magique chez ceux qui dans le jeu du dilemme du prisonnier coopèrent en tentant de justifier leur attitude. En effet, l'argument que cela incite l'autre joueur à faire de même n'est pas vrai d'après les règles du jeu : l'autre joueur ne sait pas ce que choisit son complice. L'argument qu'en coopérant on augmente la probabilité que l'autre coopère n'est pas meilleur. L'idée exprimée par la question : «comment puis-je espérer qu'il coopère, si moi-même je ne le fais pas», est encore indéfendable et absurde puisque aucune influence causale entre la décision d'un joueur et celle de l'autre ne peut raisonnablement être défendue.

La question de savoir pourquoi 40% des joueurs ne choisissent pas la solution rationnelle est en définitive mal résolue. Est-ce simplement que le raisonnement logique n'est pas compris et que, ne le percevant pas, 40% des joueurs jouent mal par bêtise ? Ou est-ce que cela provient d'un sens (inné ou appris) du collectif qui agirait en nous, nous faisant préférer le choix d'une solidarité risquée à celui de notre intérêt égoïste ?



De nombreux documents sont disponibles sur ce jeu. En voici quelques-uns.

► **William Poundstone**
Le dilemme du prisonnier, Editions Cassini, 2003.

► **Robert Axelrod**
The Evolution of Cooperation, New York : Basic Books, 1984.
Traduction française : *Comment réussir dans un monde d'égoïstes : Théorie du comportement coopératif*, Editions Odile Jacob, Paris, 2006.

► **Equipe de recherche SMAC du Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille (CNRS)**
Le dilemme des prisonniers. Explications, logiciels et documents divers : <http://www2.lifl.fr/IPD/ipd.html>

► **Steven Kuhn**
Prisoner's Dilemma, Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2007.
Voir : <http://plato.stanford.edu/entries/prisoner-dilemma/>

Cet article est une version remaniée d'un chapitre du livre «Au pays de paradoxes (50 paradoxes)», paru aux éditions Belin/Pour la science. (http://www.editions-belin.com/ewb_pages/fiche-article-au-pays-des-paradoxes-11945.php)



Venons-en aux trois autres paradoxes



Pour les résoudre, nous allons mener des calculs précis en considérant les six stratégies évoquées dans le texte. Nous examinons le résultat des confrontations deux à deux en faisant l'hypothèse que chaque stratégie joue avec chaque autre durant une période de 10 coups.

	G	M	H	R	D	P	TOTAL	CLASSEMENT
G	30	0	15	30	30	27	132	3
M	50	10	30	14	14	10	128	4
H	40	5	20	9	25	21	120	5
R	30	9	29	30	30	9	137	2
D	30	9	25	30	30	25	149	1
P	32	10	26	14	25	10	117	6

Pour calculer par exemple ce qui se passe quand *Donnant-donnant* rencontre *Prudente*, on observe ce que produit leur confrontation. Au premier coup, *Donnant-donnant* joue **c**, alors que *Prudente* joue **t**. Au second coup, l'application des définitions conduit au schéma inverse **t** et **c**, qui amène à nouveau **c** et **t** au troisième coup, et cela change à chaque fois, donnant donc les dix parties suivantes :

[c, t], [t, c], [c, t], [t, c], [c, t], [t, c], [c, t], [t, c], [c, t], [t, c]

Le décompte des points donne $5 \times 5 + 5 \times 0 = 25$ à chacune.

En suivant le même principe de calcul, on arrive au tableau de toutes les confrontations possibles :

Notons aussi que *Gentille*, qui n'est pourtant pas très subtile, obtient un score total (et donc moyen) meilleur que *Méchante*. L'agressivité dans ce jeu est dangereuse, comme le confirment les positions relatives de *Donnant-donnant* (première) et de *Prudente* (dernière) qui adoptent la même règle de comportement sauf au premier coup d'une partie.

La stratégie *S1* demandée dans l'énoncé est donc la stratégie *Méchante* et l'explication du *paradoxe du gagnant qui perd* est qu'il ne faut pas confondre « battre chacun de ses adversaires » avec « amasser beaucoup de points ». Ce sont deux objectifs différents et ici, même si c'est étonnant, ils sont totalement opposés : vouloir gagner chaque partie conduit à une attitude agressive qui empêche de gagner beaucoup de points. Ce résultat est confirmé par le fait que *S2* est la stratégie *Donnant-donnant*.

La stratégie *Donnant-donnant* gagne la compétition entre les six stratégies. Ce n'est plus nécessairement le cas quand on augmente la taille du panel, mais *Donnant-donnant* reste toujours bien classée. Sur le tableau pourtant, on constate qu'elle ne gagne contre aucune autre stratégie ! On montre que dans une rencontre à deux, quelle que soit la stratégie opposée à *Donnant-donnant* et quelle que soit la durée de la rencontre, *Donnant-donnant* obtiendra le même nombre de points que son adversaire, ou alors 5 points en moins : *Donnant-donnant* ne bat jamais personne ! Et pourtant elle gagne en points cumulés (et donc en moyenne) !

Ces paradoxes apparents cessent de l'être quand on comprend que, pour gagner en moyenne, il faut non pas battre chaque adversaire, mais réussir à coopérer avec lui, ce que *Donnant-donnant* fait (mieux même que *Rancunière* qui perd à cause de sa rencontre avec *Prudente*). *Prudente* d'ailleurs l'est trop, et son refus de coopérer au premier coup lui coûte très cher au final.

Les paradoxes du *gagnant qui perd* et du *perdant qui gagne* proviennent d'une confusion (faite parfois dans la vie par certaines personnes ?) entre :

- (a) avoir toujours raison en battant tout le monde, et
- (b) bien réussir en suscitant la coopération et en nouant des relations positives avec ceux qui acceptent une coopération réciproque, même si pour cela on risque parfois d'y perdre.

Ce n'est sans doute guère étonnant pour qui fait preuve de bon sens. Ce qui est nouveau et difficile à admettre, c'est qu'on peut ne jamais battre personne et être gagnant quand même !

Le dernier paradoxe (paradoxe de la domination cyclique) est classique : les confrontations deux à deux dans un jeu -même parfaitement déterministe- ne conduisent pas nécessairement à une relation d'ordre total (où l'un des joueurs bat tout le monde, puis un second est plus fort que tous les autres sauf le premier, etc.).

Même si à chaque fois on s'en étonne, il peut se produire des cycles : J(1) bat J(2), J(2) bat J(3), ..., J(n-1) bat J(n) et pourtant J(n) bat J(1).

Contrairement à ce qu'il est tentant de penser, quand de telles situations se présentent (aux échecs, au football ou à d'autres jeux), l'explication profonde n'est pas psychologique, ou liée à des variations de forme des concurrents. Les situations de domination cyclique résultent de la nature du jeu et des stratégies en concurrence : le fait d'utiliser une certaine méthode de jeu rend fort contre une catégorie de joueurs, mais constitue parfois un jeu faible contre une autre, qui elle-même peut être dans une situation analogue, ce qui au total produit un cycle : A bat B qui bat C qui bat A.

Le dilemme itéré du prisonnier fournit de magnifiques exemples de cycles dans un cadre où psychologie et hasard n'interviennent pas du tout.

Les six stratégies évoquées ne permettent pas de construire un tel cycle mais en voici trois qui conviennent :

- ▶ A : je joue périodiquement **t, t, c, t, c, t, c, t, c, ...**
- ▶ B : je joue périodiquement **c, c, t, c, c, t, c, c, t, ...**
- ▶ C : je joue **c** au premier coup, puis je joue ce que l'autre joueur a joué en majorité dans les coups précédents.

Si vous organisez des confrontations, par exemple d'une durée de 10 coups, vous constaterez que :

- ▶ A bat B car A exploite B qui coopère trop souvent lors de leur rencontre ;
- ▶ B bat C car cette fois C coopère trop souvent quand il joue avec B ;
- ▶ et C bat A, car maintenant A coopère trop face à C qui, sauf au premier coup, ne coopère plus du tout et exploite A.



Jean-Paul Delahaye

Professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille
Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille



Jean-Paul Delahaye est Professeur à l'Université des Sciences et Techniques de Lille et chercheur au Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille (CNRS).

Après un doctorat de troisième cycle en mathématiques et un doctorat d'Etat en mathématiques consacrés au traitement des suites numériques, il a mené des travaux de recherche dans le domaine de l'intelligence artificielle et de l'informatique théorique (programmation logique et systèmes experts, théorie de la complexité, suites infinies aléatoires, théorie des jeux). Il tient la rubrique mensuelle « Logique et Calcul » de la revue « Pour la science » qui traite à la fois d'actualité scientifique et de récréations mathématiques. Il est l'auteur de plusieurs livres destinés au grand public dont « Le fascinant nombre Pi » et plus récemment « Mathématiques pour le plaisir » parus aux Editions Belin/Pour la science (voir <http://www2.lifl.fr/~delahaye/> pour une liste complète de ses ouvrages).



Quand on imagine que chaque stratégie joue une partie avec chaque autre, le classement des scores totaux est **D, R, G, M, H, P**. Le classement des gains moyens est bien évidemment le même (on divise chaque total par 6).

On voit sur le tableau que la stratégie *Méchante* ne fait jamais moins que son adversaire lors d'une confrontation. Cette propriété reste vraie quelles que soient les stratégies et la durée des parties. C'est lié au fait que rationnellement, quand le dilemme n'est pas itéré, il faut jouer **t**. Pourtant, le total de *Méchante* est 128, ce qui est mauvais et place *Méchante* en quatrième position sur 6. D'autres expériences faites avec des panels plus importants de stratégies confirment ce résultat :

Bien que ne perdant jamais aucune confrontation Méchante joue mal !



Est-il possible de mesurer le risque des marchés financiers ?

Pierre VALLOIS, Professeur à l'Université de Lorraine
Institut de Mathématiques Élie Cartan Nancy

Avant la Seconde Guerre mondiale, l'enseignement de la finance reposait de manière essentielle sur ses aspects juridiques et sur des calculs d'actualisation. Dès 1970, la finance est devenue une théorie économique argumentée avec, bien sûr, des écoles de pensée distinctes et des controverses. Ont ainsi vu le jour la théorie des marchés efficients, la théorie de sélection de portefeuilles et l'analyse du risque. L'école américaine a joué un rôle majeur mais l'école française également. On peut citer Arrow, Debreu, Allais, Lintner, Markowitz, Modigliani, Sharp, Tobin...

En l'espace de 20 ans, à la suite de politiques de déréglementation, d'innovations technologiques dans le domaine de l'information et des télécommunications, de nouveaux instruments financiers ont vu le jour. On peut mentionner les futures, les options, les produits dérivés, le risque de crédit... Comme l'a souligné R. Merton, prix Nobel d'économie, ces nouveaux actifs financiers n'auraient jamais pu être introduits sans l'apport conjoint de la théorie économique et des mathématiques.

Le secteur de la finance de marché est fortement demandeur d'ingénieurs mathématiciens.

Modèles probabilistes Versus modèles déterministes

Les modèles déterministes sont intensivement utilisés en physique et ont largement prouvé leur efficacité.



Il est intéressant de combiner les deux approches, déterministes et aléatoires. Certains modèles statistiques (les modèles à effets mixtes) considèrent une dynamique déterministe et des paramètres initiaux aléatoires. Donnons un exemple, celui de la vitesse à laquelle un médicament est assimilé par l'organisme. Lorsqu'un individu prend une quantité Q de médicament, on peut prédire d'une manière certaine à quel moment le médicament sera absorbé par l'organisme. La dynamique est clairement déterministe. Toutefois, en pratique, la donnée initiale Q n'est pas connue avec certitude, elle peut donc être considérée comme aléatoire.

Signalons par ailleurs le résultat au premier abord surprenant : dans une situation compétitive entre deux individus, adopter un comportement aléatoire peut être plus efficace. En effet, le fait de se fixer une stratégie et de s'y tenir en toutes circonstances est un comportement prévisible qui peut être découvert par l'adversaire. Ce dernier peut alors tirer un avantage décisif. L'étude de ce type de compétitions est étudiée intensivement par les mathématiciens et les économistes dans le cadre de la Théorie des Jeux.

Prenons l'exemple de la mécanique : le mouvement d'un projectile est entièrement déterminé une fois que l'on connaît les conditions initiales, où le projectile a été lancé et avec quelle vitesse. En supposant que ce projectile est uniquement soumis à la gravité, les lois de la mécanique classique newtonienne permettent de prévoir quelles seront sa position et sa vitesse à n'importe quel moment ultérieur.

Mais en pratique il est rarement possible de mesurer avec précision les conditions initiales. Par ailleurs certains systèmes sont très sensibles à de petites variations de ces paramètres de départ. Si bien que même si la dynamique d'un système est déterministe, sa trajectoire n'en devient pas pour autant prévisible à court ou moyen terme. C'est un des objets de la théorie du chaos.

Construits avec la théorie des Probabilités, les modèles stochastiques sont très utilisés car ils permettent de prendre en compte l'incertain, l'inconnu. Toutefois, si nous reprenons l'exemple précédent du projectile, la nature de la réponse est très différente de celle formulée par une approche déterministe. En effet, une analyse probabiliste ne permet pas de déterminer où sera le projectile à l'instant t . Elle est en revanche capable de dire que le projectile sera dans le voisinage $I = (x - h, x + h)$ de x avec une certaine probabilité p . Ce qui signifie, qu'avec probabilité $1 - p$, le projectile n'est pas dans I . La réponse n'est plus certaine, elle implique un **risque**.

Éléments de modélisation financière



Actualisation

Un principe clé en finance est l'**actualisation**. Il n'est pas équivalent, d'un point de vue financier, de détenir 1000 euros aujourd'hui ou dans une semaine. Pour comparer deux flux financiers, on introduit la notion de rendement ou de taux. Ainsi 1 000 euros placés aujourd'hui, au taux annuel de 5 % auront, dans un an, une valeur de :

$$1000 \times (1 + 0,05) = 1000 \times 1,05 = 1050 \text{ euros.}$$

Considérons à présent un produit financier qui libère un flux (fixe) de 100 euros dans un an. Admettons l'existence sur le marché d'un taux de 5 % annuel. La valeur aujourd'hui de cet actif, désignée comme **valeur actuelle nette**, de ce produit (aujourd'hui) est

$$V = 100 \times \frac{1}{1 + 0,05} = 95,238 \text{ euros}$$

Par conséquent, en plaçant aujourd'hui 95,238 euros au taux de 5 %, on disposera de 100 euros dans un an, pour un achat par exemple.



Opportunité d'arbitrage

Une **opportunité d'arbitrage** est une stratégie, un portefeuille, qui permet de gagner de l'argent avec une mise de fond nulle.

Donnons un exemple d'arbitrage. Supposons qu'un actif vaut aujourd'hui 100 euros et que, dans un an, il puisse valoir 105 ou 108 euros. Supposons par ailleurs que le loyer de l'argent sur la période considérée est de 5 %. On peut réaliser une stratégie d'arbitrage en achetant à crédit (aujourd'hui) l'actif en question en empruntant 100 euros au taux de 5 % sur un an. Un an plus tard, la dette est de $100 \times 1,05 = 105$ euros mais la revente de l'actif procure au moins 105 euros. Dans le meilleur des cas, il y a même un gain de 3 euros.

Le travail de certains acteurs financiers, les arbitragistes, consiste à déceler des opportunités d'arbitrage. Il s'agit pour l'essentiel de repérer sur les marchés financiers un même produit coté à deux prix différents et à deux endroits différents. Ces anomalies sont possibles compte tenu de la multitude des actifs financiers sur toutes les places financières mondiales. Les méthodes requises nécessitent de puissants outils informatiques pour repérer les disparités et agir rapidement avant que le marché ne les corrige.

On s'attachera dans la suite à étudier les cas où il n'y a pas d'opportunité d'arbitrage.

Les options d'achat

On considère un actif qui peut être une action, un taux de change. Supposons que cet actif (ou sous-jacent) soit coté 100 euros aujourd'hui. Adoptons le point de vue d'un investisseur achetant une option d'achat (call) portant sur une quantité unité de sous-jacent auprès d'un établissement financier. Ce **produit dérivé** permet à son détenteur d'acheter le sous-jacent, à une date future T , au prix K fixé à l'avance. Cet investisseur paye une prime C_0 à la date $t = 0$. Détaillons les flux à la date T lorsque $K = 101$ euros. Supposons qu'à cette date l'actif puisse prendre deux valeurs 98 ou 108 euros.



On remarque ainsi que ce portefeuille est une couverture efficace puisqu'elle permet à l'établissement financier de payer en toutes circonstances ce qu'il doit à l'acheteur des 10 000 calls.

De plus le prix V_0 de ce portefeuille à la date $t = 0$ (aujourd'hui) est

$$V_0 = 7000 \times 100 - 653\,333 = 46\,667 \text{ euros.}$$

On en déduit que le prix d'un call est

$$C_0 = \frac{V_0}{10\,000} = 4,67 \text{ euros.}$$

On peut retrouver ce résultat en introduisant un modèle probabiliste. Rappelons qu'à la date T , le sous-jacent S peut prendre deux valeurs 98 ou 108. On supposera les valeurs suivantes pour les probabilités :

$$\text{Prob}(S = 98) = 0,3 \text{ et } \text{Prob}(S = 108) = 0,7$$

Notons C la valeur du call à l'échéance. Nous avons vu que C prend les deux valeurs 0 ou 7. De plus :

$$\text{Prob}(C = 0) = 0,3 \quad \text{Prob}(C = 7) = 0,7$$

Par conséquent la valeur moyenne de call est :

$$\text{Callmoyen} = 0 \times 0,3 + 7 \times 0,7 = 4,9$$

Ce flux a lieu à la maturité. Si nous l'actualisons, nous obtenons $4,9 / 1,05 = 4,67$. C'est exactement C_0 ! Ceci n'est pas une coïncidence fortuite. Remarquons que la valeur aujourd'hui du sous-jacent de 100 euros est la moyenne actualisée du sous-jacent. En effet on a :

$$\frac{1}{1,05} \times (98 \times 0,3 + 108 \times 0,7) = 100$$

Cette approche sera généralisée dans le paragraphe *Modélisation probabiliste*.

En effet, à la maturité de l'option, il y a deux possibilités :

► Le sous-jacent vaut 108 euros, la valeur V de ce portefeuille est :

$$V = 7000 \times 108 - 653\,333 \times 1,05 = 70\,000.$$

► Le sous-jacent vaut 98 euros, alors

$$V = 7000 \times 98 - 653\,333 \times 1,05 = 0.$$

Éléments de modélisation financière



Les options de vente

On considère le cas d'un industriel qui produit en France des objets destinés à être vendus sur le marché américain. Il lui faut un délai de trois mois pour réaliser une commande portant sur 10 000 pièces.

Le coût de production d'une pièce est de 7 euros. Supposons que le taux de change euro/dollar du jour soit de

1 euro = 1,3 dollar.

Ainsi si l'industriel vendait ce jour sa production il obtiendrait :

$10\ 000 \times 7 = 70\ 000$ euros = $70\ 000 \times 1,3 = 91\ 000$ dollars.

Supposons que l'acheteur américain passe commande de 10 000 pièces au prix de 91 000 dollars à la livraison. Notons que ce prix a été déterminé avec la valeur aujourd'hui du taux de change euro/dollar. Mais ce taux a de fortes chances de varier. On considère deux cas possibles : dans trois mois le taux de change euro/dollar est

1 euro = 1,4 dollar ou 1 euro = 1,2 dollar.

Dans le premier cas, pour une commande de 91 000 dollars, l'industriel recevra (en euros) à la livraison : $\frac{91\ 000}{1,4} = 65\ 000$ euros.

Le manque à gagner est de $70\ 000 - 65\ 000 = 5\ 000$ euros. Ce qui est loin d'être négligeable.

Dans le second cas, la situation est profitable à l'industriel.

Pour se protéger contre une hausse du taux de change euro/dollar, l'industriel peut acheter 70 000 options de vente (puts) avec prix d'exercice de 1,3 (le taux de change du jour) et échéance à trois mois.

L'industriel devra s'acquitter du paiement d'une prime lors de la signature du contrat auprès de

l'établissement financier qui a accepté de couvrir ce risque. Trois mois plus tard, lorsque un euro vaut 1,4 dollar, en exerçant l'option de vente le producteur recevra exactement les 70 000 euros attendus. Le mécanisme du calcul est similaire à celui que nous avons détaillé pour les options d'achat.

Dans le cas où le cours de l'euro baisse, l'option ne sera pas exercée mais c'est sans importance car dans ce cas l'industriel recevra $\frac{91\ 000}{1,2} = 75\ 833$ euros, ce qui est plus que les 70 000 euros attendus. Ainsi l'industriel est parfaitement protégé contre une hausse du taux euro/dollar. Il faut toutefois souligner que cette protection a un coût, l'industriel a dû s'acquitter du versement d'une prime.

On voit clairement que les options de vente sont des produits dérivés qui ne sont pas des produits spéculatifs. Ils agissent plutôt comme une assurance.

Modélisation probabiliste

La méthode que nous avons développée sur un exemple (p25, Les options d'achat) est très générale. Pour les marchés sans opportunité d'arbitrage, on peut montrer l'existence d'une probabilité qui rend possible le calcul du prix F_0 des produits financiers libérant un flux variable F (par exemple une option de vente ou d'achat, une action,...) à une date future T . De plus

F_0 = la moyenne actualisée du flux aléatoire F .

Cette formule très générale est intuitive. En effet dans un modèle probabiliste, on commence par déterminer l'ensemble Ω de tous les résultats possibles. Ensuite on affecte à chaque éventualité une probabilité. Il paraît en effet clair que certains événements sont moins fréquents que d'autres et seront ainsi affectés d'un poids plus petit que les événements fréquents. Ce qui permet de calculer la valeur moyenne (ou espérance) $E(F)$ de F avec la formule :

$$E(F) = \sum F(\omega) \text{Prob}(\omega),$$

où la somme est étendue à tous les ω de Ω .

Mais la quantité $E(F)$ représente un montant à la date T . Selon le principe d'actualisation introduit (p24, Actualisation), la valeur actuelle nette est

$$F_0 = \frac{E(F)}{1+r}$$

où r est le taux du loyer de l'argent pour l'intervalle de temps $[0, T]$ considéré.

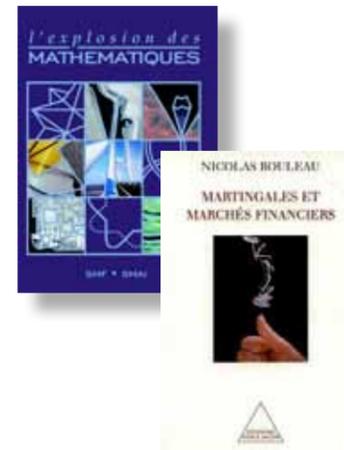
Le modèle probabiliste le plus utilisé est celui de Merton, Black et Scholes qui date de 1973. Dans ce modèle, l'actif sous-jacent est une variable aléatoire qui s'écrit sous la forme

$$S(t) = S(0) \times \exp\{\sigma B(t) + (r - \sigma^2/2) t\}$$

avec σ le paramètre de volatilité, $S(t)$ la valeur de l'actif au temps t (ainsi $S(0)$ est la valeur aujourd'hui), B est le mouvement brownien (la variable aléatoire $B(t)$ est gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à t).

Conclusions

- ▶ On a montré sur des exemples simples qu'introduire un modèle mathématique permet de comprendre en profondeur des phénomènes complexes. De plus, les modèles probabilistes sont les plus à même de le faire.
- ▶ Le modèle de Black et Scholes est adopté par tout le monde mais il est faux statistiquement et il est souvent utilisé d'une manière incohérente. Toutefois, il manque d'alternative crédible même si de nombreuses adaptations ont été proposées. Ce qui justifie son usage intensif.
- ▶ Il apparaît clairement dans les exemples précédents qu'un modèle mathématique est une représentation très simplifiée et parfois simpliste de la réalité. En aucun cas il ne peut s'y substituer. Le modélisateur doit laisser une distance entre la théorie et le monde réel, ce qui est le propre de ceux qui ont été formés par la recherche.



Bibliographie

- ▶ N. BOULEAU
Martingales et marchés financiers. Odile Jacob (1998).
- ▶ F. BLACK et M. SCHOLES
The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economy, 81, pp 637-654 (1973).
- ▶ E. JOUINI
Le prix des options financières. L'explosion des mathématiques, SMF et SMAI (2002).
- ▶ G. PAGES, C. BOUZITAT, F. CARRANCE et F. PETIT
En passant par hasard... Les probabilités de tous les jours. Vuibert (2003).

CV

Pierre VALLOIS

Professeur à l'Université de Lorraine - Institut de Mathématiques Élie Cartan Nancy



Pierre Vallois, ancien élève de l'École Normale Supérieure de Cachan, est agrégé de mathématiques. Il a soutenu en 1980 une thèse de troisième cycle de mathématiques à l'Université Paris-VI.

Après avoir enseigné quatre ans en lycée de 1980 à 1984, il est recruté comme chargé de recherche au CNRS, affecté au Laboratoire de Probabilités de l'Université Paris VI. En septembre 1993 il est nommé Professeur à l'Université Henri Poincaré, en section 26 (mathématiques appliquées). De 1996 à 2009 il a été responsable de l'équipe « Probabilités et Statistiques » de l'Institut Elie-Cartan de Nancy et il est depuis février 2009 chef du Département de mathématiques de la Faculté des Sciences et Techniques de l'Université de Lorraine.

Méthodes mathématiques pour l'analyse d'images médicales

P. Clarysse, Directeur de recherche, Université de Lyon Creatis-LRMN, CNRS UMR 5220, INSERM U630 et J. Pousin, Professeur, Université de Lyon, ICJ INSA de Lyon UMR CNRS 5208

L'imagerie médicale a pris en une vingtaine d'années une place prépondérante dans l'aide au diagnostic et au traitement des pathologies humaines. La diversité des modalités d'imagerie permet d'étudier de nombreux aspects différents du Vivant : l'anatomie d'abord et aussi les fonctions métaboliques, mécaniques... Cependant, l'information utile pour le médecin est plus ou moins directement accessible. De plus en plus, l'acquisition doit être associée à un logiciel d'analyse dont le rôle est de transformer les données images en données utiles pour le médecin. On parle communément de post-traitement puisque cette transformation intervient après l'imagerie, même si elle est de plus en plus intégrée à la chaîne d'acquisition, de l'obtention des mesures à la délivrance de résultats.../...

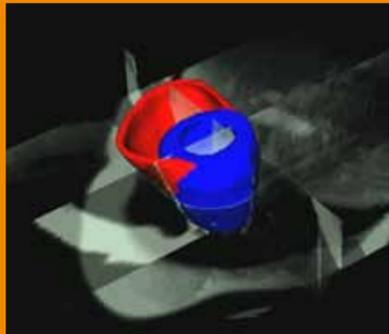


Figure 1

La segmentation d'images

...Dans le cadre de cet article, nous prendrons l'exemple de l'imagerie cardiaque pour l'évaluation des pathologies cardio-vasculaires. Il est aujourd'hui possible de réaliser une exploration du cœur en (pseudo)3D et au cours du cycle cardiaque pour étudier l'anatomie et divers aspects fonctionnels. Un certain nombre de coupes (de 3 à plus de 10) sont réalisées pour couvrir l'ensemble du cœur du patient. A partir des séries de piles d'images résultantes, il s'agit d'extraire par exemple la forme des structures cardiaques et leur dynamique voir figure 1.

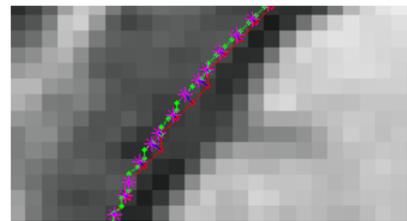
Ces opérations sont des problèmes inverses : reconstruire une forme 3D à partir d'une nombre limité de points dans l'espace, estimer le mouvement à partir de quelques 'prises de vue' au cours du cycle cardiaque, toute mesure étant entachée de bruit. L'obtention d'une solution recourt ainsi naturellement à i) de l'information a priori, ii) de la régularisation, et nécessite de plus en plus de modèles mathématiques.

Nous commencerons par définir plus formellement les opérations de segmentation et d'estimation de mouvement, puis en donner les méthodes les plus classiques. Nous décrirons ensuite l'approche des gabarits déformables élastiques pour la segmentation de structures molles en déformation et celle du transport optimal pour l'estimation de champ de mouvement dans des séquences d'images.

Donnons-nous une image 2D représentée par son niveau de gris $I(x)$ définie de $\Omega = Z^+ \times Z^+$ à valeurs dans Z^+ . Dans la terminologie du traitement d'images, la segmentation de Ω consiste à la partitionner en r régions homogènes R_i au sens d'un certain critère, dont le plus naturel est la valeur du niveau de gris :

$$R_i = \left\{ x \in \Omega \mid \bigcup_{i=1}^r R_i = \Omega, R_i \cap R_j, j \neq i = \emptyset \right\}$$

La technique la plus élémentaire pour réaliser ce partitionnement est le seuillage dans laquelle tous les pixels de Ω dont le niveau de gris (ou intensité) est supérieur à un seuil défini sont mis à 1, les autres à 0. Le multi-seuillage peut s'envisager pour une partition en plus de 2 classes. Cette technique peut se révéler satisfaisante si chaque structure est caractérisée par des niveaux de gris proches et homogènes de manière indépendante les unes des autres. En imagerie médicale, ces conditions sont très rarement assurées en particulier du fait des bruits de quantification engendrés par le système d'acquisition.



Méthodes classiques

Classiquement, on distingue les approches dites région qui procèdent par agrégation de pixels/voxels fondées sur une mesure d'homogénéité et les approches dites contour ou surface qui extraient les frontières entre les structures. Les méthodes associant les deux approches duales sont dites hybrides. Ces méthodes sont décrites dans de nombreuses publications. Dans le cadre de cet article, nous nous intéressons à une classe particulière de méthodes.

Méthodes des contours ou surfaces actives

Les méthodes de contours/surfaces actives (ou plus généralement modèles ou gabarits déformables GD), apparues à la fin des années 80, reposent sur une information a priori de forme de la structure à extraire[A2], classiquement de topologie sphérique. Ainsi, une courbe initiale ou un gabarit est plongé dans l'image et progressivement déformé pour venir épouser les contours de la structure. Ces méthodes demandent de calculer à partir de l'image une force qui agira sur la courbe (ou sur les bords du gabarit) afin de la déformer. Prenons l'exemple simple d'un rectangle blanc (niveau 1) sur fond noir (niveau 0) représenté à la figure 2 (a). L'image correspondante est représentée par une fonction $I : \Omega = [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ où Ω est le support de l'image. Evaluons les taux d'accroissement δx_1 et δx_2 dans les directions x_1 et x_2 au voisinage du bord du rectangle blanc. On s'aperçoit que le vecteur $\begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{pmatrix}$

dirigé vers le bord de l'objet. Ainsi si le gradient de la fonction I existait, il représenterait une force dirigée vers le bord de l'objet. C'est donc une régularisation de ∇I et une diffusion qui est représentée à la figure 2 (b) qui sert de force de déformation appliquée à la courbe (en rouge sur la figure 2 (a)) ou au gabarit dans bien des méthodes. C'est ce que l'on appelle aussi le *terme d'attache aux données*.

En imagerie médicale, l'hypothèse de régularité de la surface des structures anatomiques est souvent faite. La déformation d'une courbe ou d'un gabarit initial se prête bien à une formalisation variationnelle, c'est-à-dire une minimisation d'une énergie se composant essentiellement de deux termes, un terme d'attache aux données et un terme de flot régularisant. La résolution du problème ainsi défini repose sur des discrétisations avec des différences finies ou des éléments finis (EF) dont on peut voir un maillage à la figure 3. Si le vecteur force appliqué est oscillant, la courbe

Fig. 1 : Segmentation du cœur en 3D à partir d'un modèle a priori bi-ventriculaire.

Fig. 2 : Segmentation par modèle déformable de l'image carré. (a) Modèle initial (cercle) et carré cible. (b) champ de force créé à partir de l'image carré.

Fig. 3 : Segmentation par modèle déformable 3D d'un coeur dans des images par RM. (a) Modèle de référence avant déformation. (b) Modèle déformé.

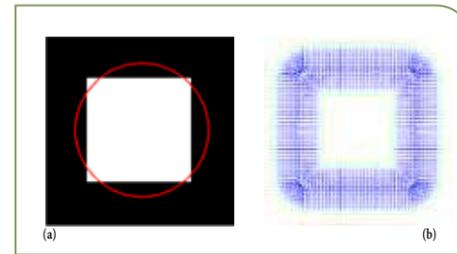


Figure 2

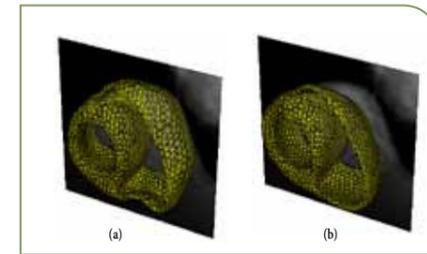


Figure 3

oscille également. De là provient la nécessité de régulariser, c'est à dire de rigidifier, ce qui gêne la déformation de la courbe vers le bord de l'objet. Tout cela a demandé une approche plus mathématique du traitement de l'image. Un premier effort d'axiomatisation et de description des lois fondamentales du traitement mathématique de l'image se trouve dans [A3].

De nombreuses variantes dans la formulation [A5], [A9] et les implantations [A4], [A7] des modèles déformables ont été proposées. Certaines applications se prêtent naturellement à ce type de méthode : identification de pièces manufacturées en inspection visuelle automatique, reconnaissance d'environnement en robotique, édition vidéo, contrôle du trafic routier, surveillance, analyse de la parole, imagerie médicale, biométrie, etc. La priori peut être issu d'une analyse statistique de forme dans l'application spécifique ciblée [A20]. L'implantation, plus récente, par ensemble de niveaux des contours actifs autorise notamment d'extraire des structures de topologie plus complexe [A8]. Face à la diversité des implantations possibles l'utilisation de ces modèles en pratique peut se révéler complexe, notamment en termes de réglage de paramètres et de sensibilité au gabarit initial [A15]. Bien évidemment, la description des nombreuses méthodes existantes dépasse l'objectif de cet article. Nous présentons maintenant le modèle de Gabarit déformable élastique que nous avons introduit pour la segmentation et le suivi du cœur dans des séquences d'images.

Méthode de gabarits déformables et flot élastique régularisant

Les équations linéarisées qui régissent la déformation au cours du temps d'un solide élastique sont uniformément paraboliques et ont de bonnes propriétés régularisantes [A21]. Dans le cadre de l'imagerie cardiaque, même si le muscle cardiaque est régi par une loi de comportement très complexe, l'utilisation des lois de l'élasticité linéaire comme flot régularisant semble raisonnable. Cette technique peut être interprétée aussi comme une méthode variationnelle [A11]. Le modèle de Gabarit déformable élastique (GED) est basé sur les équations de l'élasticité et les algorithmes associés utilisent une méthode d'éléments finis pour déterminer une solution au problème de segmentation. A partir d'un maillage du gabarit Ω (voir figure 3), l'algorithme AL1 calcule successivement les déplacements U^n aux nœuds du maillage pour $U^0=0$ en résolvant un problème linéaire de type :

$$U^{n+1} + \Delta t K U^n = \Delta t F(U^n) + U^n$$

K est la matrice de rigidité, F la force qui dépend du déplacement agissant sur le bord du gabarit. Cette approche peut s'avérer insuffisante lorsque les images sont de basse qualité. Dans [A12], [A11], en s'inspirant des propriétés biologiques du cœur, la prise en compte de la présence de fibres cardiaques orientées sur le bord du gabarit (voir figure 4 - p32) a permis, grâce à une analyse asymptotique et à une loi de comportement adaptée, d'améliorer la régularité du bord sans empêcher la déformation.

L'utilisation de l'élasticité linéaire ne permet pas au modèle de se caler exactement sur le bord de l'objet à segmenter car l'équilibre est atteint lorsque l'énergie interne du corps élastique est compensée par le travail des forces appliquées au bord de l'objet. Pour remédier à cela, il faut introduire une contrainte comme dans [A13] qui impose d'être à convergence de l'algorithme AL1 sur un zéro du champ de forces F . La version non linéaire du GDE autorise des grands déplacements et permet donc de partir plus loin de la cible et à l'algorithme de converger en moins d'itérations, comme proposé dans [A14].

Références

[A1] B. K. P. Horn and B. Schunck. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17 :185-203, 1981.

[A2] Michael Kass, Andrew Witkin, and Demetri Terzopoulos. Snakes : Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4) : 321-331, 1987.

[A3] L. Alvarez, F. Guichard, P.-L. Lions, and J.-M. Morel. Axiomes et équations fondamentales du traitement d'images. *C.R.Acad. Sci. Paris série I*, 315 :p135-138, 1992.

[A4] Donna J. Williams and Mubarak Shah. A fast algorithm for active contours and curvature estimation. *CVGIP : Image Understanding*, 55(1) :14-26, 1992.

[A5] L. D. Cohen and I. Cohen. Finite-elements methods for active contour models and balloons for 2D and 3D images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11) :1131-1147, 1993. th. PJ.

[A6] L. D. Cohen and I. Cohen. Finite-elements methods for active contour models and balloons for 2D and 3D images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(11) :1131-1147, 1993. th. PJ.

[A7] S. Lobrege and M. A. Viergever. A discrete dynamic contour model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14(1) :12-24, 1995.

[A8] R Malladi, J A Sethian, and B C Vemuri. Shape-modeling with front propagation : a level set approach. *PAMI*, 17(2) :158-175, 1995.

[A9] Tim McInerney and Demetri Terzopoulos. A dynamic finite element surface model for segmentation and tracking in multidimensional medical images with application to cardiac 4D image analysis. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 19(1) :69-83, 1995. Special Issue on Cardiopulmonary Imaging.

[A10] Jean-David Benamou and Yann Brenier. A computational fluid mechanics solution to the monge-kantorovich mass transfer problem. *Numerische Mathematik*, 84(3) :375-393, 2000.

[A11] T. Mäkelä, Quoc Cuong Pham, P. Clarysse, J. Nenonen, J. Löjtönen, O. Sipilä, H. Hänninen, K. Lauerma, J. Knutti, T. Katila, and I.E. Magnin. A 3D model-based registration approach for the PET, MR and MCG cardiac data fusion. *Medical Image Analysis*, 7(3) : 377-389, 2003.

[A12] B. Faugeras and J. Pousin. Variational asymptotic derivation of an elastic model arising from the problem of 3D automatic segmentation of cardiac images. *Analysis and Applications*, 2(4) :1-33, 2004.

[A13] M. Picq, J. Pousin, and Y. Rouchdy. A linear 3D elastic segmentation model for vector fields. application to the heart segmentation in MRI. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 27(3) :241-255, 2007.

[A14] Y. Rouchdy, J. Pousin, J. Schaerer, and P. Clarysse. A nonlinear elastic deformable template for soft structure segmentation. application to heart segmentation in MRI. *Inverse Problems*, 23(3) :1017-1035, 2007.

[A15] Lei He, Zhigang Peng, Bryan Everding, Xun Wang, Chia Y. Han, Kenneth L. Weiss, and William G. Wee. A comparative study of deformable contour methods on medical image segmentation. *Image and Vision Computing*, 26(2) :141-163, 2008.

[A16] J. Pousin. Singular perturbations for heart image segmentation tracking. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 5(1) :185-195, 2009.

[A17] C. Frindel, M. Robini, J. Schaerer, P. Croisille, and Y. M. Zhu. A graph-based approach for automatic cardiac tractography. *Magn Reson Med*, 64(4) :1215-29, 2010.

[A18] J. Schaerer, C. Casta, J. Pousin, and P. Clarysse. A dynamic elastic model for segmentation and tracking of the heart in MR image sequences. *Medical Image Analysis*, 14 :738-749, 2010.

[A19] P. Clarysse, M. Picq, and J. Pousin. Optimal extended optical flow and statistical constraints : A result of convergence. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 235 :1840-1848, 2011.

[A20] Andrew Blake and Michael Isard. *Active contours*. Springer, 1998.

[A21] P. G. Ciarlet. *Elasticité tridimensionnelle*, volume 1 of *Recherches en Mathématiques Appliquées*. Masson, Paris, 1985.

[A22] O. Besson, M. Picq, and J. Pousin. Computing the time-continuous optimal mass transport problem without lagrangian techniques. *Séminaires et Congrès SMF notes de l'Ecole d'été Transport Optimal*, to appear in 2012.

[A23] C. Villani. *Topics in optimal transportation*, volume 58. Amer. Math. Soc. Providence Graduate Studies in Mathematics, 2003.

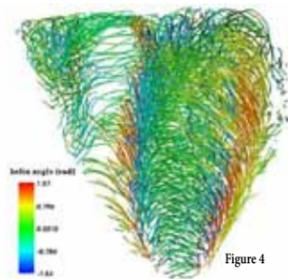


Fig. 4 : Trajectographie des fibres cardiaques obtenue à partir de l'IRM de tenseur de diffusion (issue de [A17]).

Fig. 5 : Effet du filtrage de Fourier sur le résultat de la segmentation dynamique du cœur dans une séquence d'images par RM. Chaque ligne montre le gabarit superposé à plusieurs images de la séquence dynamique au cours du cycle cardiaque où la première image correspond à l'instant de télédiastole (phase cardiaque où les ventricules sont remplis de sang qui précède la contraction) et la seconde à l'instant de téléstole. La première ligne est le résultat obtenu avec un filtrage du champ de forces avec 2 harmoniques ; la seconde ligne avec 5 harmoniques et la troisième sans filtrage.

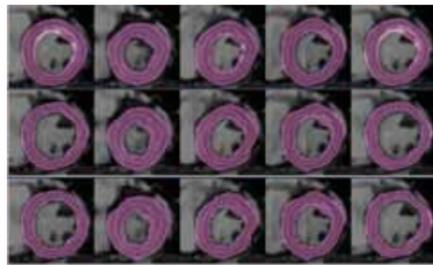


Figure 5

Gabarits déformables dynamiques

En imagerie cardiaque, il est courant de disposer d'une série de N images représentant un échantillonnage équidistant en temps du mouvement du cœur au cours d'un cycle cardiaque que l'on suppose parfaitement périodique. L'estimation des champs de forces F^n (dont un exemple est donné à la figure 2 (b)), pour $0 \leq n < N$ agissant sur le gabarit permet de calculer

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F^n \exp \frac{-2i\pi ln}{N}$$

le $l^{\text{ème}}$ terme du développement en série de Fourier discrète d'un champ de forces continu en temps qui permettra de reconstituer le mouvement du cœur en tout temps au cours du cycle. Ici resurgit un problème lié au peu de régularité des champs de forces issus des images. Nous savons que les hautes fréquences (l grand) dans le développement de Fourier discret sont celles qui contiennent le plus d'énergie et correspondent souvent à du bruit ; elles ont un fort impact sur la déformation du gabarit. Afin de pallier cet effet, une idée simple développée dans [A18] est de limiter les harmoniques dans le développement en série de Fourier discrète, c'est-à-dire de prendre N petit de l'ordre de 6, ce qui minimise le mouvement, mais fournit un champ de forces continu peu oscillant. Afin de pouvoir déformer suffisamment le gabarit, nous utilisons une méthode de perturbation singulière qui consiste à faire tendre le module de Young vers zéro (c'est-à-dire faire tendre la matrice K vers la matrice nulle) au cours du temps dans l'algorithme 2 qui est utilisé pour chaque pas de temps du cycle cardiaque. Cette méthode est analysée mathématiquement dans [A16]. La figure 5 illustre l'impact du nombre d'harmoniques de cette représentation sur le résultat de segmentation du cœur dans une séquence dynamique. Cette approche permet d'accéder à une estimation de la déformation en tout point du myocarde (resp. gabarit). Des évaluations en comparaison à des mesures expérimentales doivent nous conduire à caractériser le réalisme de ces estimations.

Estimation de mouvement dans des séquences d'images

Méthodes classiques

Outre les contours des structures, il peut être intéressant de remonter à une estimation du champ de transformation entre deux ou plusieurs images d'une séquence dynamique d'images. En imagerie médicale, la transformation peut être exploitée pour la quantification et la caractérisation du mouvement complexe d'un organe comme le cœur (alternative au GDE dynamique, voir section 2.4) ou pour compenser cette transformation. Dans ce cas, il s'agit par exemple de compenser les effets du mouvement du cœur afin de pouvoir quantifier localement la prise de contraste d'un agent. Cette problématique se rencontre bien sûr dans d'autres applications que l'imagerie médicale, comme l'analyse de séquences vidéo de scènes. L'hypothèse forte communément posée est l'invariance du niveau de gris des points matériels au cours de leur mouvement : elle conduit à l'équation du flot optique qui est à la base de très nombreuses méthodes d'estimation comme toutes les approches différentielles, l'une des plus connues étant celle de Horn et Schunck [A1]. Nous nous intéressons dans ce qui suit à une méthode toujours d'actualité fondée sur la théorie du transport optimal.

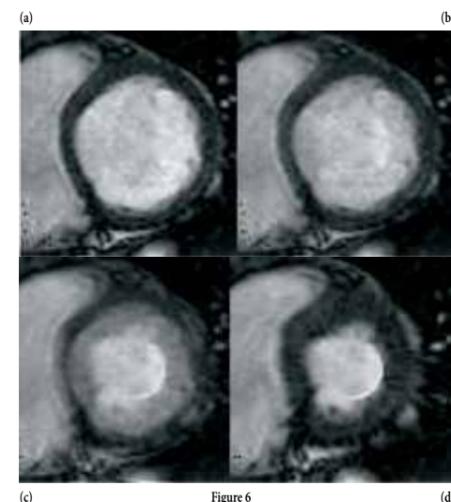


Figure 6

Estimation de mouvement par transport optimal

Le transport optimal, initialement proposé par G. Monge pour traiter le problème des déblais et des remblais, a connu durant la dernière décennie un très grand intérêt de la part des mathématiciens [A23]. Le problème du transport d'une image vers une autre est un problème mal posé, car il n'y a qu'une équation, celle du flot optique, pour plusieurs inconnues : le niveau de gris I , et la vitesse. Une formulation du transport optimal dépendant du temps due à Brenier [A10], montre que le transport optimal dépendant du temps équivaut à minimiser l'énergie cinétique liée au déplacement du niveau de gris. Le cœur étant un muscle, déterminer son évolution entre deux images en minimisant cette énergie cinétique semble raisonnable. C'est ce qui a été proposé dans [A22], et les résultats obtenus dans le cas 2D sont présentés à la figure 6. Néanmoins, il faut mentionner que la complexité du mouvement du cœur ne pourra être reproduite que si des contraintes ad hoc sont ajoutées à l'équation du transport optimal temporel [A19].

Conclusion

Ces dernières années, la communauté des mathématiques appliquées s'est emparée des problématiques du traitement d'images et fait pour l'heure une grande partie des dernières innovations de ce domaine. Les problèmes du traitement d'images, et en particulier la segmentation d'images et l'estimation de mouvement, sont clairement des problèmes dits mal posés à partir de données éparses et bruitées. Les théories mathématiques permettent d'apporter des solutions dont les propriétés sont démontrables. C'est un atout important dans l'optique de leur utilisation en routine dans des applications critiques comme le domaine médical.

Fig. 6 : Transport optimal de l'image (a) à l'image (d) avec deux images intermédiaires à 1/3 (b) et 2/3 (c) du temps.

CV

Jérôme POUSIN

J. Pousin Université de Lyon, ICJ INSA de Lyon UMR CNRS 5208



Jérôme Pousin est docteur en mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris VI et docteur ès sciences mathématiques de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Il est Professeur de Mathématiques à l'INSA de Lyon depuis 1993 et son domaine de recherche est la modélisation mathématique pour l'imagerie. Il est responsable de l'Institut Camille Jordan de l'INSA, laboratoire constitué d'environ 200 membres menant des recherches couvrant l'essentiel du spectre mathématique. Jérôme Pousin a été également jusqu'en 2011 coprésident français du CMCU, Comité Mixte Franco-Tunisien pour la Coopération Universitaire.

Les modèles du trafic routier : de la théorie à la gestion des infrastructures

J.P. Lebacque (IFSTTAR-GRETTIA)

Depuis une soixantaine d'année, le développement des infrastructures et l'aménagement de l'habitat se sont essentiellement organisés autour de l'automobile, profitant de la disponibilité de carburants très bon marché. Les véhicules automobiles, particuliers ou utilitaires, jouent un rôle croissant dans les déplacements, au détriment des transports collectifs. Il en résulte d'importants problèmes de congestion: par exemple on chiffre à 1 million h x km les embouteillages soit une augmentation de +50 % en 12 ans. Le coût de la congestion en Ile-de-France a été estimé à 0,15 % du PIB (Prud'homme), un chiffre considérable et atteint ou dépassé dans de nombreuses métropoles. Le volume de déplacements ainsi que le trafic induit par l'activité économique croissent régulièrement.../...



...Outre le temps perdu par les usagers, les externalités négatives du transport routier sont considérables, en termes de consommation énergétique, d'émission de polluants, de stress, d'accidents, d'usure des infrastructures, de coût écologique, etc. Dans un contexte de crise économique et de coût croissant de l'énergie (le baril de brut est passé de moins de 20 \$ à plus de 100 \$ en une vingtaine d'années), il apparaît comme nécessaire de gérer au mieux les infrastructures existantes. Et ce d'autant plus que les perspectives d'investissements importants dans de nouvelles infrastructures routières se sont réduites. L'objectif devient maintenant de rationaliser le système de transports et l'usage de la voiture dans une perspective de durabilité du système. La sécurité constitue un autre objectif essentiel qui peut être promu par des méthodes de gestion appropriées, par exemple la régulation de vitesse. La gestion des crises et des situations exceptionnelles (grands événements par exemple) requièrent des méthodes de traitement spécifiques. Pour gérer et contrôler un système, il est nécessaire de le connaître, c'est-à-dire d'appréhender son état par des mesures, et de le comprendre, afin de prévoir les réactions du système aux actions de gestion, de régulation et de contrôle des opérateurs. Les modèles interviennent aux deux niveaux : ils permettent d'interpréter des données afin d'en extraire l'information utile, et ils permettent de quantifier la dynamique du trafic et de prédire l'impact sur celle-ci des mesures de régulation.

Comment modéliser le trafic

Il n'est pas possible de construire une « théorie du trafic » au sens par exemple des théories de la physique classique. Voici les raisons principales de cette difficulté :

- ▶ Le trafic est un système complexe très non linéaire constitué d'un très grand nombre d'agents (conducteurs) et d'éléments (de l'ordre de plusieurs milliers de véhicules-heure sur autoroute). Ce nombre très élevé ne se prête pas à une description explicite basée par exemple sur une formulation analytique des interactions entre conducteurs. Le facteur humain ne permet pas d'envisager des lois exactes d'interactions entre conducteurs.
- ▶ Le nombre des véhicules n'est cependant pas assez élevé, leur densité n'est pas suffisante, pour que l'on puisse appliquer les outils de la mécanique statistique de manière rigoureuse au trafic.

Les modèles de trafic ne permettent pas de dégager des « lois universelles » du trafic. Chaque famille de modèles présente un champ de validité limité et est liée à un type d'application particulière.

Les approches de la modélisation du trafic

L'approche microscopique

L'approche microscopique repose sur l'observation du comportement individuel des conducteurs. Des études nombreuses et approfondies du comportement des conducteurs ont montré que chaque conducteur prend ses décisions en examinant en un cycle court de quelques secondes une douzaine de points autour de son véhicule. Cependant, la dynamique des véhicules est largement expliquée par les lois de poursuite : l'accélération d'un véhicule suiveur dépend de l'angle et de la vitesse de variation de l'angle sous lequel son conducteur perçoit le véhicule qui le précède (Gipps 1981). Les conflits peuvent être décrits à l'aide de modèles d'« acceptation de créneaux », ce qui permet d'expliquer par exemple les règles de changement de voie, de conflits dans les convergents etc. (Treiber et Kesting 2006). De très nombreux modèles ont été développés et commercialisés à partir de ces idées (IDM, PARAMICS, AIMSUN, VIPER, VISSIM).

Les problématiques de l'aménagement constituent le champ d'application privilégié des modèles microscopiques. Par contre ceux-ci se prêtent mal à la gestion macroscopique du trafic. En effet, compte tenu de la non-linéarité du trafic, l'agrégation des comportements individuels d'un très grand nombre de conducteurs conduit à des dynamiques incorrectes à grande échelle, alors même que la dynamique à petite échelle est bien décrite. Il y a là une difficulté à rendre compte du comportement émergent à grande échelle dû à un problème de sensibilité aux petites erreurs du système dynamique que forment les véhicules.



L'approche macroscopique hydrodynamique de la modélisation du trafic

Celle-ci repose sur une analogie hydrodynamique : le comportement du trafic est, à grande échelle, proche de celui d'un fluide (Lighthill, Whitham, Richards 1955) que l'on décrit à l'aide de variables macroscopiques : vitesse, débit et concentration. Il s'agit de l'approche privilégiée de la modélisation du trafic pour la gestion et la régulation.

Les autres approches.

Il existe quelques autres approches de la modélisation du trafic. Mentionnons :

- ▶ les modèles cinétiques. Ils sont basés sur l'application au trafic des méthodes de la Mécanique Statistique (modèles de type Boltzmann). Le trafic est décrit par une densité conjointe de trafic en fonction du temps, de la position et de la vitesse (Prigogine 1971, Phillips 1975, PaveriFontane 1979). Compte tenu du nombre relativement faible des véhicules (du point de vue de l'applicabilité de la Mécanique Statistique), les modèles cinétiques se ramènent finalement à des modèles de type hydrodynamique. Le principal mérite de l'approche cinétique est de fournir une méthode systématique (et heuristique) de prise en compte au niveau macroscopique des interactions des véhicules.
- ▶ les automates cellulaires. Il s'agit d'une approche inspirée par la physique des écoulements de gaz très raréfiés, dans laquelle le trafic est discrétisé en espace (cellules), en temps (pas de temps discrets) et en vitesse (des particules sautant d'une ou plusieurs cellules à chaque pas de temps). Les automates cellulaires ont été appliqués à la modélisation du trafic dans des très grands réseaux (système d'information sur l'état du trafic, Nord-Rhein-Westphalen, Schreckenberg).



La vision macroscopique du trafic

Les données du trafic

Elles sont essentiellement ponctuelles, obtenues par les exploitants à partir de capteurs fixes : boucles électromagnétiques, caméras vidéos par exemple. Ces capteurs fournissent les données suivantes : débit en un point, vitesse, taux d'occupation (fraction du temps pendant laquelle le capteur est occupé, qui donne une estimation de la concentration). Typiquement la distance entre capteurs est de l'ordre de quelques centaines de mètres, et l'unité de temps du recueil des débits varie de 20 secondes à 6 minutes. Récemment, de nouvelles données liées aux véhicules sont recueillies, exploitant les nouvelles technologies de l'information et de la communication appliquées à la mise en œuvre de capteurs embarqués (GPS, portables). Les taxis fournissent des données très riches mais difficiles à exploiter car biaisées, en termes géographiques (les taxis ont des itinéraires privilégiés) et en termes d'état de trafic (les taxis peuvent bénéficier de voies réservées).

Propriétés macroscopiques du trafic

La dynamique macroscopique du trafic présente certaines propriétés qualitatives importantes que tous les modèles macroscopiques s'efforcent de reproduire.

Ondes cinématiques (TRB 2001)

On constate qu'en décélération le trafic présente de brusques ralentissements et augmentation de concentration. L'exemple le plus évident est constitué par la remontée des files d'attente aux feux. Chaque automobiliste a également eu l'occasion de se trouver en situation de congestion du trafic, avec la propagation caractéristique de zones de trafic fluide (appelée « stop-and-go dans la littérature). Il s'agit des ondes de chocs. (voir figure 1)

De la même manière, l'accélération des véhicules induit des ondes de détente dans le trafic : des zones dans lesquelles les véhicules accélèrent et la concentration diminue.

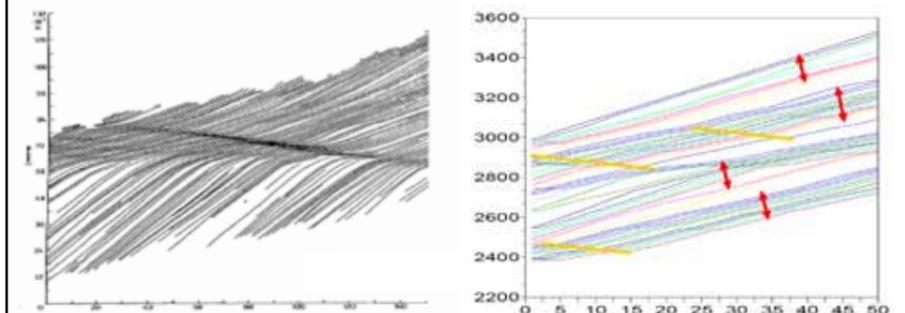


Figure 1 : trajectoires de véhicules (position : axe vertical, temps : axe horizontal). A gauche : les célèbres mesures de Treiterer et Myers 1984 : on distingue parfaitement la formation d'une onde de choc. A droite : résultats d'une simulation de type GSOM stochastique (Khoshyaran Lebacque 2007). On distingue la propagation des ondes et les pelotons (flèches doubles).

Etats de trafic

On distingue les états de trafic suivants :

- ▶ **Fluide** : il s'agit du trafic rapide à faible concentration (moins de 40 véhicules au km). Ce trafic est caractérisé par le fait que les ondes cinématiques s'y propagent à vitesse positive. Le débit augmente avec la concentration.
- ▶ **Congestionné** : il s'agit du trafic relativement lent (moins de 50-70 km/h) à concentration relativement élevée (supérieure à la concentration critique de 40 véhicules au km). Les ondes cinématiques s'y propagent à vitesse négative : la congestion se propage en sens inverse de l'écoulement du trafic, phénomène essentiel pour la gestion des infrastructures. Le débit en congestion diminue avec la concentration : le « rendement du système » est décroissant.
- ▶ Certains auteurs (Kerner) ont détecté sur les écoulements du trafic autoroutier un troisième état de trafic, dit « synchronisé », intermédiaire entre fluide et congestionné.

Dynamique de pelotons

On constate, aussi bien en milieu urbain que sur autoroute, que les véhicules se regroupent et se propagent en pelotons, qui se dispersent ensuite dans un processus complexe qui peut être décrit analytiquement par un lissage exponentiel (dans le modèle TRANSYT et ses dérivés) sur les débits. Une approche plus récente, basée sur les processus stochastique de vie et de mort, s'intéresse à la genèse et à l'évolution temporelle des pelotons. Cette approche permet d'expliquer l'apparition spontanée de congestions dues aux fluctuations du trafic.

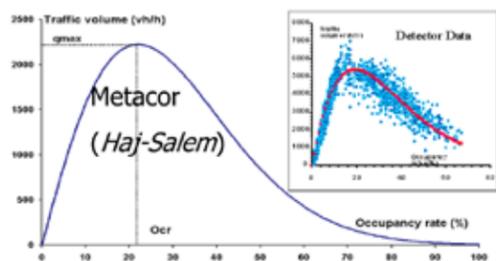


Figure 2 : Exemple de diagramme fondamental en concentration (METACOR MAGISTER, H. Haj-Salem). Le cartouche à droite propose une forme alternative du diagramme fondamental pour les mêmes données

Diagramme fondamental

On constate expérimentalement que la vitesse du trafic diminue lorsque la concentration augmente. Essentiellement on peut interpréter ce fait d'observation par l'existence de la compétition de deux processus :

- ▶ Le besoin de sécurité : distance de sécurité qui augmente avec la vitesse
- ▶ Le désir d'aller vite, d'arriver à destination dans les meilleurs délais, dont la réalisation est limitée par le besoin de sécurité.

L'équilibre qui s'instaure parmi les conducteurs utilisant une infrastructure dans le cadre de cette compétition se traduit par l'existence des régimes de trafic décrits plus haut :

- ▶ Régime fluide : concentration faible, vitesse élevée, débit croît avec la concentration
- ▶ Régime congestionné : concentration élevée, vitesse faible, débit décroît avec la concentration

L'équilibre se traduit aussi par l'existence d'un diagramme fondamental : une relation entre la vitesse et la concentration (décroissante) et entre le débit et la concentration (croissante en régime fluide, décroissante en régime congestionné). Ces deux relations n'en forment qu'une seule puisque le débit est le produit de la vitesse par la concentration. On peut concevoir le diagramme fondamental comme une équation d'état pour le trafic. Ces diagrammes fondamentaux sont difficiles à identifier : on en connaît plus d'une vingtaine de formes différentes dans la littérature. La dispersion des points de mesure illustrée par la figure 2 (avec des données pourtant agrégées à 6 mn) illustre bien cet état de fait.

Limites de la description macroscopique du trafic

La description macroscopique du trafic repose sur l'hypothèse du continu : il est possible de définir des variables macroscopiques (débit, vitesse, concentration) en tout point à tout instant. Il s'agit bien sûr d'une approximation. Le facteur limitatif de l'hypothèse du continu est la concentration maximale sur autoroute, telle que communiquée par les exploitants : 180 vh / km x voie (~ 1 vh / 5 mètres), qui doit être comparée avec, par exemple, le nombre d'Avogadro $N = 6.025 \cdot 10^{23}$ (nombre de molécules pour 22.4 litres de gaz sous conditions normales)

Le domaine de validité de la description macroscopique du trafic est limité à des échelles espace x temps supérieures à 100 mètres x 5 secondes. D'où la nécessité d'une résolution limitée du modèle qui prend tout son sens sous forme discrétisée en espace et en temps (figure 3).

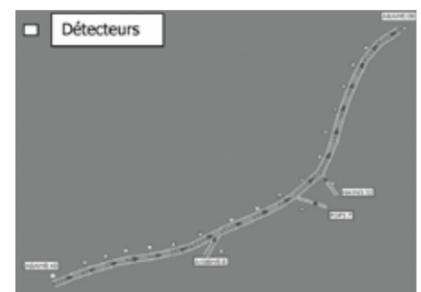


Figure 3 : élément d'autoroute (A6B), et version discrétisée en espace

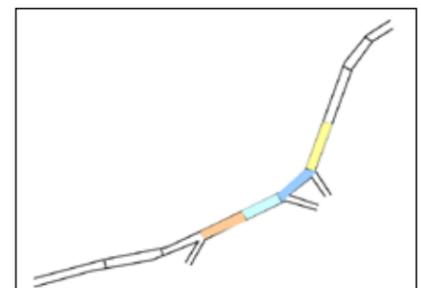


Figure 4 : construction de l'offre et de la demande à partir du diagramme fondamental

Spécification d'un modèle macroscopique

Le modèle LWR (Lighthill et Whitham 1955, Richards 1956)

Description

Trois variables décrivent la dynamique du trafic : le débit, la concentration, la vitesse. Ces variables sont reliées par deux relations toujours vérifiées :

- la conservation du trafic,
- le débit est égal au produit de la vitesse par la concentration.

Le diagramme fondamental fournit la troisième relation, et on obtient ainsi un modèle qui s'exprime par une équation de conservation.

Ce modèle de base admet de multiples extensions dont la plupart s'expriment au travers d'un formalisme unique appelé GSOM (Generic Second Order Model, Lebacque *et al*, 2007). Un modèle GSOM est un modèle LWR augmenté d'équations décrivant la dynamique d'attributs des conducteurs. Voici quelques exemples d'attributs : destination, comportement (plus ou moins agressif), type de véhicule, paramètre du diagramme fondamental (vitesse désirée, capacité i.e. débit maximum), etc. Les modèles de type GSOM entrent dans la catégorie des modèles de trafic dits d'ordre supérieur (par opposition au modèle GSOM dit d'ordre 1). Les modèles de trafic d'ordre supérieur ont été introduits pour expliquer la dispersion des mesures de trafic par rapport au diagramme fondamental.

Construction de modèles discrétisés.

Celle-ci repose sur le concept d'offre et de demande locales de trafic.

L'offre locale de trafic peut se définir comme le débit maximum entrant en un point (lié au processus sécurité) : si une section d'infrastructure porte une concentration élevée, le trafic entrant maximum dans cette section est faible.

La demande locale de trafic peut se définir comme le débit maximum sortant (lié au processus de maximisation de la vitesse). Si une section d'infrastructure porte une concentration faible, le trafic sortant maximum de cette section est faible ; par contre si une section d'infrastructure porte une concentration forte, le trafic sortant maximum de cette section est aussi élevé que possible.

La figure 4 illustre ces concepts :

Un résultat fondamental permet d'exprimer le débit en tout point comme le minimum de l'offre immédiatement en aval de ce point, et de la demande immédiatement en amont de ce point. On conçoit alors aisément le principe d'une discrétisation du modèle LWR (et des modèles de type GSOM) (Lebacque 1984, 1993, 1996, Daganzo 1994).

L'infrastructure est divisée en cellule (typiquement de longueur de l'ordre de la centaine de mètres, par exemple 300 m), le temps est discrétisé en pas de temps (par exemple 12 s). La longueur d'une cellule égale le pas de temps fois la vitesse maximale (par exemple : $V_{max} = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$ pour une longueur de 300 m et un pas de temps de 12 s).

A chaque pas de temps, on fait le bilan débit entrant – débit sortant dans chaque cellule afin de déterminer la variation de la concentration de la cellule. Le débit sortant est le minimum de la demande de la cellule et de l'offre de la cellule aval, cependant que le débit entrant est le minimum de l'offre de la cellule et de la demande de la cellule aval. Ce schéma est d'une remarquable simplicité : le code premier modèle construit ainsi, SSMT (Lebacque 1984) pour la simulation du trafic urbain (incluant donc des intersections) ne dépassait pas 400 lignes en langage de programmation Fortran.

Remarques

Cette construction s'adapte sans difficulté à la famille de modèles GSOM.

Le concept d'offre et de demande permet de construire des modèles d'intersections macroscopiques simples et de fort pouvoir explicatif (Lebacque Khoshyaran 2005).

Ces modèles intègrent les contraintes de capacité et de vitesse maximale, ainsi que le diagramme fondamental, et représentent fidèlement la dynamique du trafic à grande échelle. Ils se prêtent bien à l'utilisation pour la gestion du trafic. Pour modéliser une diminution du nombre de voies, il suffit de modifier le paramètre de concentration maximale, qui est proportionnel au nombre de voies. Pour modéliser un incident ponctuel, il suffit de borner l'offre au droit de l'incident. Pour modéliser une limitation de vitesse, il suffit de borner le diagramme fondamental en vitesse. Les ondes cinématiques sont également bien représentées. Il est à noter cependant que la discrétisation introduit une certaine viscosité numérique qui a tendance à lisser les ondes de choc. La figure 5 montre la propagation d'une onde de choc induite par une restriction de capacité (à gauche). Le modèle qui a permis d'obtenir cette figure est de type GSOM stochastique (Khoshyaran Lebacque 2007); le rendu de la propagation de l'onde cinématique est très proche de la réalité.

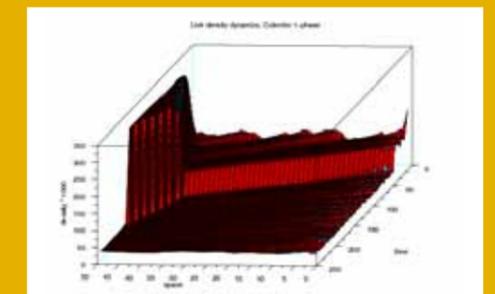


Figure 5 : propagation d'une onde de congestion. Axe vertical : densité, axe horizontal : espace (propagation du trafic de droite à gauche), axe diagonal : temps

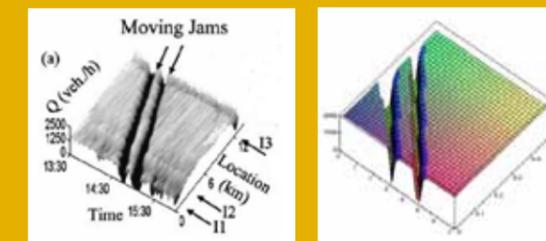


Figure 6 : les congestions persistantes de Kerner (1996), à gauche, à comparer avec un modèle LWR à accélération bornée (Lebacque 2002 2003) à droite. Débit en fonction du temps et de la position

Par contre, les modèles de type LWR et GSOM, bien que très efficaces pour la gestion macroscopique, n'expliquent pas la totalité des phénomènes d'écoulement du trafic, en particulier les phénomènes de congestions persistantes (Kerner). Il s'agit de congestions qui se propagent sur autoroute sur de grandes distances de l'ordre de la dizaine de kilomètres et pendant des temps longs (de l'ordre de l'heure) sans dispersion. La prise en compte de ces phénomènes requiert des adaptations spécifiques des modèles, notamment le caractère borné de l'accélération des véhicules (limitée à 2 m/s^2). Voir figure 6.

Quelques applications

Celles-ci sont tirées du projet MAGISTER, une plate-forme multi-modèles basée sur la famille GSOM et qui fait suite à METACOR (dû à H. Haj-Salem, Papageorgiou et al 1990, Elloumi et al 1994)

Cas du réseau autoroutier de l'Île de France

L'objectif de l'étude est d'évaluer en simulation l'impact du contrôle d'accès généralisé sur une partie de la région Île de France, isolée et coordonnée.

Rappelons que le contrôle d'accès consiste à restreindre le débit sur les rampes d'accès, afin de diminuer les conflits entre le trafic autoroutier et le trafic des rampes. La fluidification du trafic qui en résulte permet à une très grande majorité (voire à l'ensemble) des conducteurs de gagner du temps de parcours. Le dispositif permet donc : gains de temps, réduction de la congestion et des externalités du trafic (Papageorgiou et al 1991 et 1997).

Cas du réseau la DEFENSE (1998)

L'objectif est l'analyse et l'évaluation de l'impact de l'aménagement du boulevard circulaire de la Défense : passage en urbain à l'horizon 2005

Étapes de l'étude :

- Validation de METACOR sur le réseau actuel en mode affectation dynamique (O/D issues des enquêtes). Reconstitution de la situation actuelle
- Modification du réseau et test en simulation (utilisation des matrices OD 2005 issues de DAVIS)
- Évaluation de l'impact de ces modifications.

Dans le cas présent la simulation du trafic a nécessité la prise en compte de l'affectation dynamique, c'est-à-dire du choix d'itinéraires entre couples origine-destination. Celui-ci s'effectue selon le principe de Wardrop (1955) : chaque conducteur choisit l'itinéraire de temps de parcours minimum. Le temps de parcours dépend de l'intensité du trafic, qui elle-même dépend du choix d'itinéraires des conducteurs, donc l'affectation résulte d'un équilibre. Un itinéraire très attractif est très utilisé, donc congestionné, donc il devient moins attractif...

Remarques finales

Le développement des modèles macroscopiques pour la gestion du trafic n'en est qu'à ses débuts. Ces modèles ont montré leur qualité de représentation fidèle et à faible coût ainsi que leur pouvoir explicatif, un élément très important pour la conception des stratégies de gestion. De nombreuses possibilités s'ouvrent avec les nouveaux recueils de données (communication véhicule-véhicule ou véhicule-système) auxquels on peut adapter les modèles macroscopiques. On envisage aussi des systèmes de gestion coopératifs, soit au niveau des contrôleurs, soit au niveau de l'interaction communication véhicule-véhicule ou véhicule-système (par exemple Jin et Recker 2008). C'est l'idée d'auto-organisation optimale des systèmes (voir Helbing et al 2005). Les modèles macroscopiques se prêtent bien à l'évaluation, à la simulation et à l'analyse de tels systèmes.

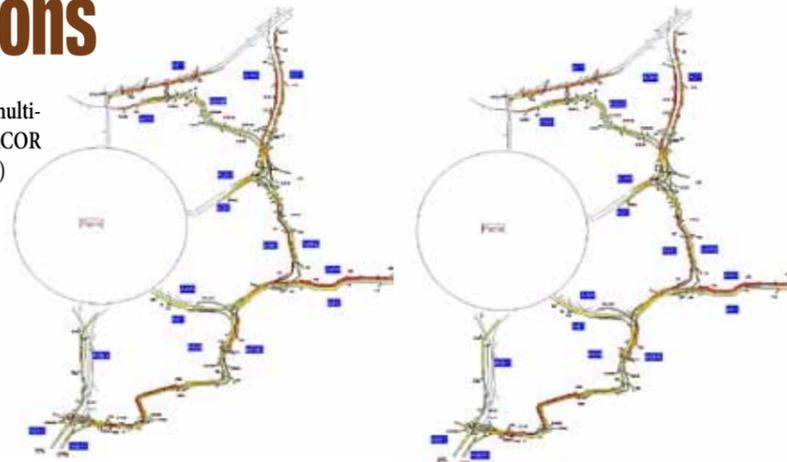


Figure 7 : Simulation du trafic (concentration) sur les autoroutes de l'est parisien. Rouge : congestion

Dans le cadre du PDU en Île de France, en 2007 a été mis en place un contrôle d'accès généralisé. Les éléments descriptifs du réseau décrit par la figure 7 sont les suivants : ▶ 200 km d'autoroute ▶ 70 accès classiques ▶ 50 contrôlables ▶ 20 convergents autoroutiers. La dynamique du trafic sous contrôle d'accès telle que reproduite sur la figure ci-dessus est très proche des observations.

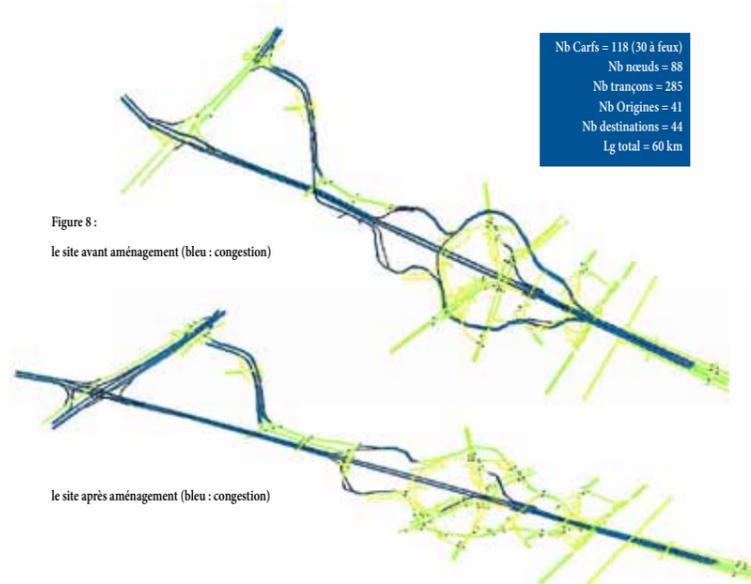


Figure 8 : le site avant aménagement (bleu : congestion)

le site après aménagement (bleu : congestion)

L'étude a permis de prédire fidèlement l'impact des mesures d'aménagement et de gestion. La figure 8 illustre le résultat : report de la congestion du boulevard Circulaire sur l'autoroute A4.

Références

Le lecteur pourra trouver des revues d'ensemble des modèles de trafic en français dans Lebacque 1995 et 2006.

- ▶ Daganzo, CF (1994) The cell transmission model: a dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B*, 28B(4) 269-87.
- ▶ Elloumi, N, Hadj Salem, H and Papageorgiou, M (1994) METACOR, a macroscopic modeling tool for urban corridors. *Proceedings of the TRISTAN II International Conference, Capri (Italy)*.
- ▶ Gipps, PG (1981) A behavioural car-following model for computer simulation. *Transportation Research Part B*, 15B, 105-11.
- ▶ Helbing, D, Lämmer, S and Lebacque, JP (2005) Self-organized control of irregular or perturbed network traffic. In: *Optimal Control and Dynamic Games (eds C Deissenberg and RF Hartl) Springer Verlag, Dordrecht*, 239-74.
- ▶ Jin, WL and Recker, WW (2008) An Analytical Model of Multihop Connectivity of Inter-Vehicle Communication Systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*.
- ▶ Khoshyaran, MM and Lebacque, JP (2007) A stochastic macroscopic model devoid of diffusion. *TGF'07 (Traffic and Granular Flow)*, Orsay, France.
- ▶ Lebacque, JP (1984) Semi macroscopic simulation of urban traffic. *Proceedings of the Summer AMSE Conference, Minneapolis*, 4, 273-91.
- ▶ Lebacque, JP (1993) Les modèles macroscopiques de trafic. *Annales des Ponts*, 67, 3rd trim., 28-45.
- ▶ Lebacque, JP (1995) L'échelle des modèles de trafic: du microscopique au macroscopique. *Annales des Ponts*, 74, 1st trim., 48-68.
- ▶ Lebacque, JP (1996) The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models. *Transportation and Traffic Flow Theory (ed JB Lesort)*. Oxford: Pergamon, 647-78.
- ▶ Lebacque, JP (2002) A two-phase extension of the LWR model based on the boundedness of traffic acceleration. In: *Transportation and Traffic Theory (ed MAP Taylor)*. Oxford: Elsevier.
- ▶ Lebacque, JP (2003) Two-phase bounded-acceleration traffic flow model: analytical solutions and applications. *Transportation Research Record*, 1852, 220-30.
- ▶ Lebacque, JP (2006) La modélisation macroscopique du trafic. Modélisation, information et contrôle dans les systèmes de intelligents de transport. Hermès, 13-44.
- ▶ Lebacque, JP, Mammari, S and Haj-Salem, H (2007) Generic second order traffic flow modelling. In: *Transportation and Traffic Theory (eds RE Allsop, MGH Bell and BG Heydecker)*. Oxford: Elsevier.
- ▶ Lebacque, JP and Khoshyaran, MM (2005) First order macroscopic traffic flow models: intersection modelling, network modelling. In: *Transportation and Traffic Theory (ed HS Mahmassani)*. Oxford: Elsevier.
- ▶ Lighthill, MJ and Whitham, GB (1955) On kinematic waves: II. A theory of traffic flow on long crowded roads - *Proceedings of the Royal Society*, A229 (1178), 317-45.
- ▶ Papageorgiou M, Blosseville JM and Haj-Salem H (1990) Modelling and real-time control of traffic flow on the southern part of Boulevard Périphérique in Paris - Part I: modeling. *Transportation Research Part A*, 24A, 345-59.
- ▶ Papageorgiou M, Haj-Salem, H and Blosseville, JM (1991) ALINEA: A local feedback control law for on-ramp metering. *Transportation Research Record*, 1320, 58-64.
- ▶ Papageorgiou M, Haj-Salem H and Middelham F (1997) ALINEA local ramp metering: summary of field results. *Transportation Research Record*, 1603, 90-8.
- ▶ Paveri-Fontana SL (1975) On Boltzmann-like treatment for traffic flow. A critical review based on the basic model and an alternative proposed for dilute traffic analysis. *Transportation Research Part B*, 9B, 225-35.
- ▶ Phillips, WF (1979) A kinetic model for traffic flow with continuum implications. *Transportation Planning and Technology*, 5, 131-8.
- ▶ Prigogine, I and Hermann, R (1971) Kinetic theory of vehicular traffic. Elsevier.
- ▶ Richards, PI (1956) Shockwaves on the highway. *Operations Research*, 4, 42-51.
- ▶ Treiber, M, Kesting, A and Helbing, D (2006) Delays, inaccuracies and anticipation in microscopic traffic models. *Physica A*, 360(1), 71-88.
- ▶ TRB (2001) Committee on traffic flow theory and characteristics (AHB45). *Traffic flow theory: a state of the art*. Transportation Research Board
- ▶ Wardrop, JG (1952) Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II*, 1, 325-78.

CV

Jean-Patrick LEBACQUE

IFSTTAR-GRETTIA



Ancien élève de l'École Polytechnique, Jean-Patrick Lebacque est ingénieur général des Ponts et Chaussées. Il a consacré sa carrière à la recherche et à l'enseignement dans le domaine des mathématiques appliquées et des transports. Il est Directeur du GRETTIA, laboratoire de l'IFSTTAR (Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux). Ses principales contributions concernent la modélisation macroscopique du trafic véhiculaire, avec notamment la mise en évidence des concepts d'offre et de demande locales du trafic et du principe d'invariance. Il est éditeur associé ou membre de comités de lecture de plusieurs grandes revues internationales et participe aux comités scientifiques de plusieurs conférences internationales.



Fondée en 1829, la Société du Muséum d'Histoire Naturelle de Strasbourg décide en 1871, à la suite de l'annexion de l'Alsace par l'empire allemand, de se transférer à Nancy. Elle prend alors le nom de Société des Sciences de Nancy. Les statuts déposés le 10 mars 1873 prévoient ainsi l'objet social de cette société : « la Société a pour but les progrès et la diffusion des sciences mathématiques, physiques et naturelles dans toutes leurs branches théoriques et appliquées. Elle y concourt par ses travaux et ses publications ».



« Mettre en lumière les progrès des sciences, aider à leur diffusion et participer ainsi à leur rayonnement »

L'assemblée générale du 11 janvier 2001 a adopté de nouveaux statuts changeant le nom en Académie Lorraine des Sciences, ALS. Ces statuts ont été acceptés par le Ministère de l'Intérieur le 15 février 2002. Le 26 avril 1968 l'ALS a été reconnue d'utilité publique. Aujourd'hui la mission initiale de la Société des Sciences de Nancy est toujours celle de l'ALS qui se veut être :

- ▶ un carrefour d'informations et d'échanges sur la recherche scientifique en Lorraine,
- ▶ un centre pédagogique propre à ouvrir le monde scientifique au grand public,
- ▶ un lieu de mémoire retraçant les grandes activités scientifiques humaines,
- ▶ une plate-forme de rencontres pour les scientifiques européens et internationaux en liaison avec les pôles de recherche régionaux.

Pour ce faire, le Conseil d'Administration de l'ALS s'est fixé un plan d'actions :

- ▶ créer des relations avec les Universités et les centres de recherche,
- ▶ organiser des conférences données par des scientifiques venant de différents horizons,
- ▶ programmer des réunions réservées à des communications faites par de jeunes chercheurs pour présenter l'état de leurs travaux (les communications et conférences sont données lors des réunions mensuelles de l'ALS, accessibles à tout public. Le programme de ces réunions, ainsi que les textes des présentations sont disponibles sur le site Web de l'ALS),
- ▶ réaliser des colloques avec nos partenaires (l'ALS a ainsi signé un partenariat avec le Conseil Général de Meurthe-et-Moselle de façon à organiser des manifestations en lien avec le Château de Lunéville),
- ▶ sensibiliser les élèves des établissements du secondaire sur l'importance des Sciences,
- ▶ attribuer des prix,
- ▶ proposer des visites de différents pôles scientifiques et techniques,

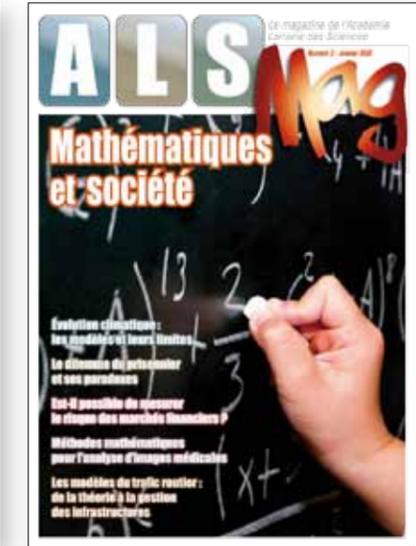
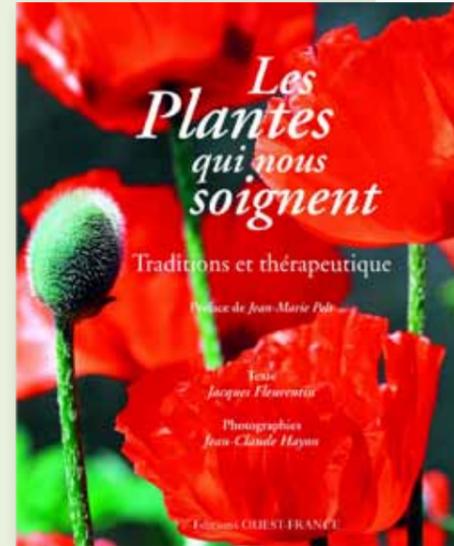
- ▶ participer aux journées de la Science,
- ▶ développer et animer un site web (ce site est accessible à l'adresse : <http://www.als.uhp-nancy.fr/>),
- ▶ publier un bulletin et un magazine chargés de relater la vie associative de l'Académie et ses activités scientifiques. Ainsi l'Académie Lorraine des Sciences souhaite offrir une tribune aux chercheurs et présenter au public une vitrine des sciences développées en Lorraine.

Les académiciens, au nombre maximal de 50, sont répartis en cinq sections :

- ▶ Section 1 : Mathématiques, Physique, Chimie, Électronique, Informatique, Génie des Procédés.
- ▶ Section 2 : Biologie animale et végétale, Sciences de l'environnement.
- ▶ Section 3 : Médecine, Médecine vétérinaire, Pharmacie.
- ▶ Section 4 : Sciences du sol, de la terre et de l'univers.
- ▶ Section 5 : Sciences humaines.

Dans l'esprit de sa profession de foi, le Conseil d'administration de l'Académie Lorraine des Sciences décerne chaque année un Grand Prix remis au cours d'une séance exceptionnelle. Ce prix est attribué pour la réalisation d'une oeuvre individuelle ou collective, commercialisée et susceptible d'intéresser un large public.

- ▶ En 2008 : « Les Plantes qui nous soignent, traditions et thérapeutiques », de Jacques Fleurentin, éditions Ouest-France.
- ▶ En 2009 : « Connaître et protéger les chauves-souris de Lorraine » de François Schwaab et al., CPEPESC Lorraine.
- ▶ En 2010 : « Merveilles des Vosges : fleurs, arbres et milieux naturels remarquables », de Hervé Parmentelat, éditions Place Stanislas.
- ▶ En 2011 : « Insectes remarquables de Lorraine et d'Alsace » de Jean-Yves Nogret et Stéphane Vitzthum, éditions Serpenoise.



L'Académie Lorraine des Sciences honore également chaque année un jeune chercheur ayant préparé dans l'un des laboratoires universitaires de Lorraine une thèse de doctorat. Les critères de choix sont l'originalité des travaux, leur valeur sur le plan fondamental et leurs possibles retombées sur le plan industriel et sociétal. Le montant de ce prix est fixé par le Conseil d'administration.

Les disciplines honorées concernent le champ complet des Sciences et techniques mais aussi celui des Lettres, des Sciences humaines et des domaines de la Santé.

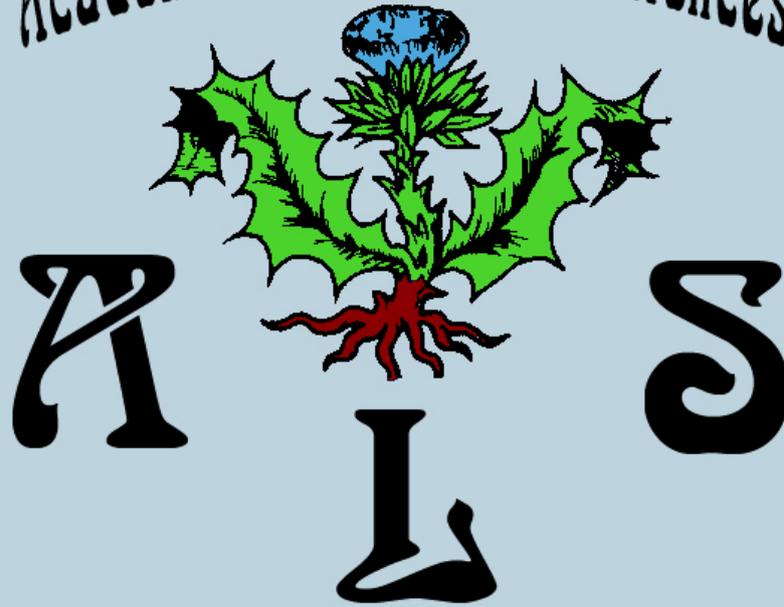
Ces disciplines changent chaque année :

- ▶ En 2007, Pharmacie : Etienne Dague « Physico-chimie des interfaces bactérie-solution aqueuse »
- ▶ En 2008, Physique : Christophe Candolfi « Synthèse, caractérisation physico-chimique et propriétés de transport de composés de type Mo3Sb7 ».
- ▶ En 2009, Informatique : Frédéric Pennerath « Méthodes d'extraction de connaissances à partir de données modélisables par des graphes. Application à la synthèse organique ».
- ▶ En 2010, Biologie : Xavier Roussel « Enzymologie moléculaire d'une sulfanylréductase, la sulfirédoxine : caractérisation du mécanisme catalytique », ainsi qu'un prix spécial décerné conjointement avec la Section des Sciences de l'Institut Grand-ducal du Luxembourg à Sacha Bohler « Les effets de l'ozone sur les processus foliaires du peuplier : une approche protéomique ».
- ▶ En 2011, Chimie : Florent Allix « Etude physico-chimique des organogels et aérogels ».

L'Académie Lorraine des Sciences organise des colloques qui se tiennent dans les Grands Salons de l'Hôtel de Ville de Nancy et dont les Actes sont disponibles sur le site de l'ALS :

- ▶ « Darwin, héritage et enjeux pour notre société », 22 novembre 2009 (ce colloque a donné lieu au numéro 2 du magazine de l'ALS).
- ▶ « Mathématiques et société », 20 novembre 2010 (thème de ce numéro 3 du magazine).

Académie Lorraine des Sciences



**Grand
Nancy**

communauté
urbaine & humaine

ville de
Nancy,

