



Institut Jean Lamour

## Le nombre d'or et les nouveaux alliages métalliques

Jean-Marie Dubois  
Membre de l'Académie Lorraine des Sciences,  
1<sup>ère</sup> section



Institut Jean Lamour

### Au programme

- Leçon de mathématique sommaire
- Les atomes et la périodicité, intuitivement
- Le pavage du plan
  - de manière périodique
  - en faisant intervenir le nombre d'or
- Quelques propriétés du nombre d'or
- Le Pavage de Penrose
- Les cristaux non-périodiques
- Les alliages métalliques complexes (CMAs)
- Quelques propriétés des CMAs

## Leçon de mathématique sommaire



Institut Jean Lamour





nombre  
 ème. Ex. :  
 apprend les

il peut être  
 ombres  
 ;  $4 = 20/5$ .  
 peut pas

bre  
 mbre  
 t. Par suite,  
 875.  
 représente


un tour, soit  $2\pi \cdot 600$ . Un angle droit vaut  $\pi/2$ .

Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

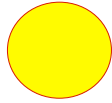
3

## Les atomes (dans un solide ordonné)

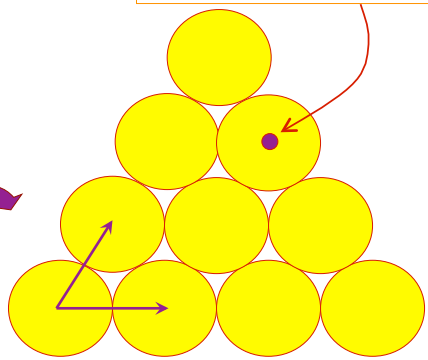


Institut Jean Lamour

- Partie ultime, indiscernable et indivisible de la matière :



Un atome de jaunium



Un tas d'atomes de jaunium

Un CRISTAL de jaunium


2 fois vers le haut,  
1 fois vers la droite

Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

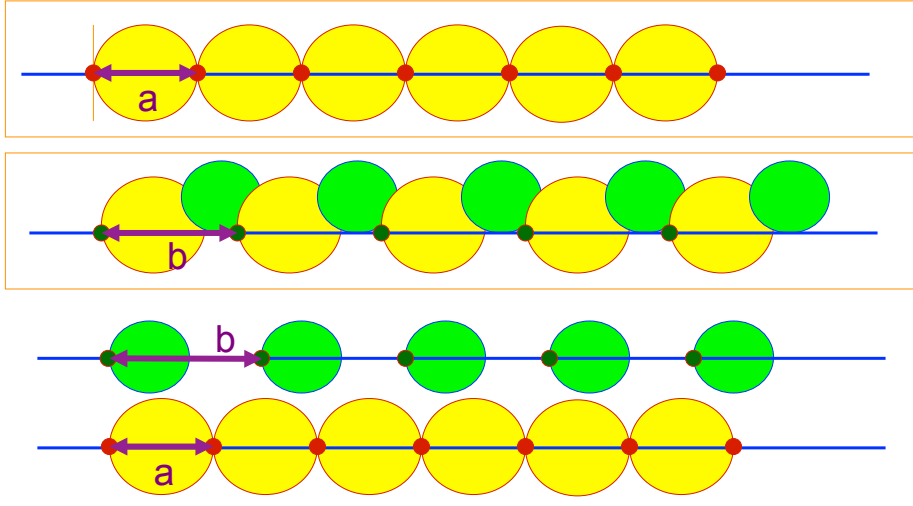
4

### Un exemple simple, qui se complique




Institut Jean Lamour

- La chaîne linéaire :

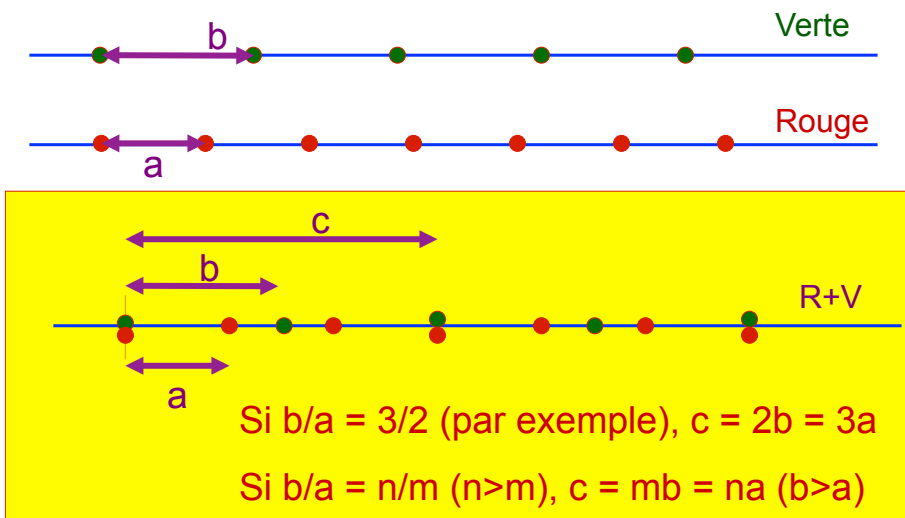


Académie Lorraine des Sciences 11 octobre 2012 5

### La chaîne non périodique




Institut Jean Lamour



Si  $b/a = 3/2$  (par exemple),  $c = 2b = 3a$   
 Si  $b/a = n/m$  ( $n > m$ ),  $c = mb = na$  ( $b > a$ )

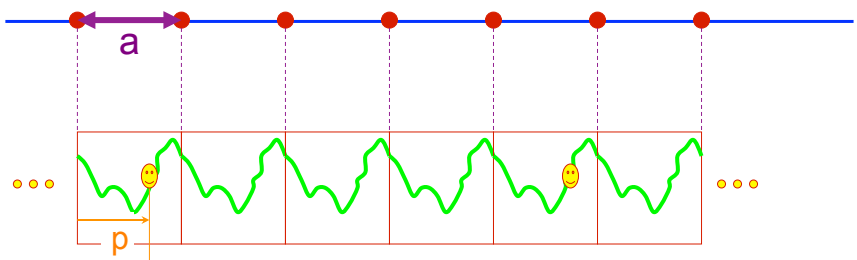
Académie Lorraine des Sciences 11 octobre 2012 6

## Si je m'intéresse à un effet physique ?



Institut Jean Lamour


- Physique du solide = science des ondes dans les solides



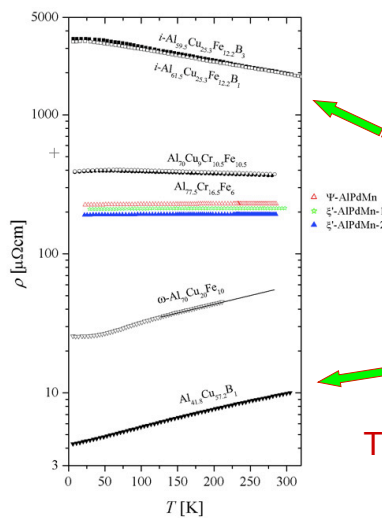
Quelque chose qui se passe à la position p se reproduit à l'identique à la position na+p  
Et si la chaîne n'est pas périodique : ???

Académie Lorraine des Sciences
11 octobre 2012
7

## Exemple : résistance électrique vs température



Institut Jean Lamour



**Transport par états critiques : les électrons sont localisés et ne se propagent que par effet tunnel.**

Un « bon » CMA :

Résistance(0 K) : grande (ou très grande)

Résistance (>0 K) : diminue si T augmente

Un « bon » métal :

Résistance(0 K) : petite (ou très petite)


Résistance (>0 K) : augmente avec T

Transport balistique : les électrons se promènent dans le cristal presque sans obstacles, sur lesquels ils rebondissent.

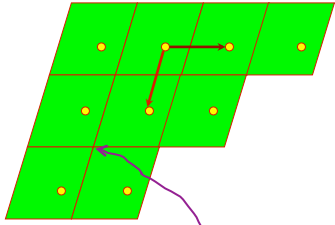
▲  $\Psi$ -AlPdMn  
●  $\xi^+$ -AlPdMn-1  
▲  $\xi^+$ -AlPdMn-2

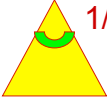
Al

## Le pavage périodique du plan

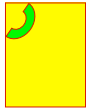


Institut Jean Lamour

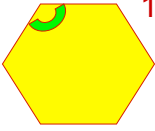




1/6 de tour : 6 tuiles



1/4 de tour : 4 tuiles



1/3 de tour : 3 tuiles

4 tuiles autour de  
chaque sommet :  
ni trou, ni  
recouvrement.

Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

9

## Paver le plan, carreler, daller, ...



Institut Jean Lamour




Académie Lorraine des Sciences

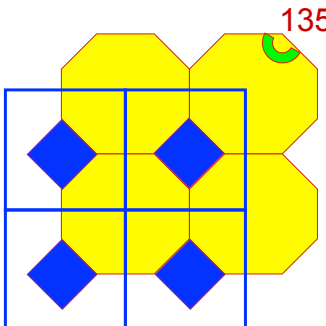
11 octobre 2012

10

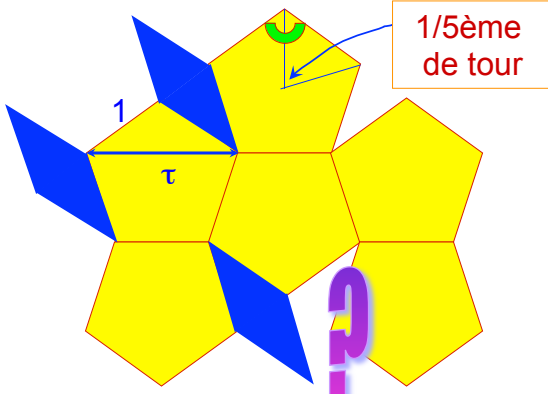
## Cela ne marche pas toujours !



Institut Jean Lamour



135°

$$\alpha = 2(\pi - \pi/5)/2 = 4\pi/5 = 144^\circ$$



1/5ème de tour

Académie Lorraine des Sciences

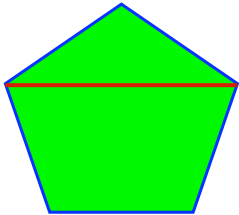
11 octobre 2012

11

## Le nombre d'or

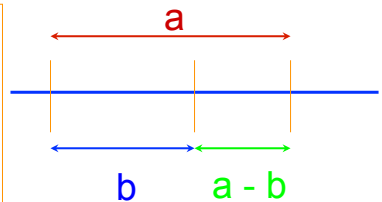


Institut Jean Lamour



$\tau$  est le nombre qui mesure le rapport entre la longueur du segment rouge et celle du côté bleu

$\tau$  est la divine proportion : si je divise un segment de longueur  $a$  en un segment de longueur  $b$  et son complément de longueur  $a-b$ , **et** si  $a-b$  est à  $b$  ce que  $b$  est à  $a$ , alors :  $a/b = b/(a-b) = \tau$




Académie Lorraine des Sciences

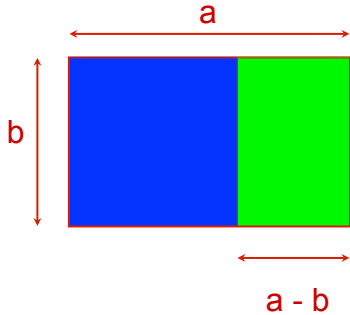
11 octobre 2012

12

## Le rectangle d'or



Institut Jean Lamour



$\tau$  est le rapport longueur / largeur qui conserve au nouveau rectangle vert les proportions du rectangle initial :

$$\tau = a / b = b / (a - b)$$

$$a(a - b) = b^2$$

$$a^2 - ab - b^2 = 0$$


Je divise tout par b, et je remplace a/b par  $x = a/b$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$\tau = (1+\sqrt{5})/2$  est l'une des racines de cette équation.

Académie Lorraine des Sciences
11 octobre 2012
13

## Comment compter des lapins



Institut Jean Lamour

Si  $x^2 - x - 1 = 0$ ,

$$\tau^2 = \tau + 1$$

$$\tau^3 = 2\tau + 1$$

$$\tau^4 = 3\tau + 2$$

$$\tau^5 = 5\tau + 3$$

$$\tau^6 = 8\tau + 5$$

$$\tau^7 = 13\tau + 8$$

...

$$\tau^n = F_n \tau + F_{n-1}$$

$F_n$  est le nombre de Fibonacci de rang n :

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

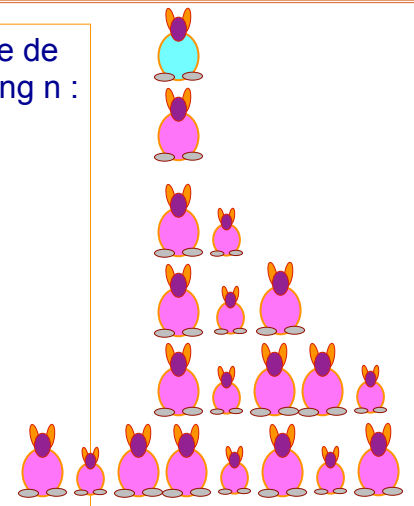
$$F_2 = 1 + 0 = 1$$

$$F_3 = 1 + 1 = 2$$

$$F_4 = 2 + 1 = 3$$

$$F_5 = 3 + 2 = 5$$

Etc.



$$N_M = F_n ; N_f = F_{n-1}$$

Académie Lorraine des Sciences
11 octobre 2012
14

### Comment couper la chaîne, non pas en 4, mais en $\tau^n$

Académie Lorraine des Sciences

### La sub-division du pentagone

Institut Jean Lamour

- La même procédure, mais dans le plan


Aire = 1

$\tau^{-1} = 1/\tau = \tau - 1$

Académie Lorraine des Sciences 11 octobre 2012 16

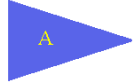


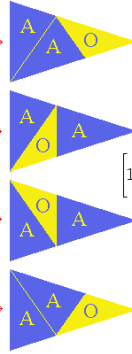
## Les règles de sub-division



Ici,  $\varphi$  a la même signification que  $\tau$


$[1; \varphi; \varphi]_A$

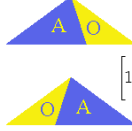




$[1; \varphi; \varphi]_A \Rightarrow 2 \left[ \frac{1}{\varphi}; 1; 1 \right]_A + 1 \left[ \frac{1}{\varphi}; \frac{1}{\varphi}; 1 \right]_O$

$[1; 1; \varphi]_O$

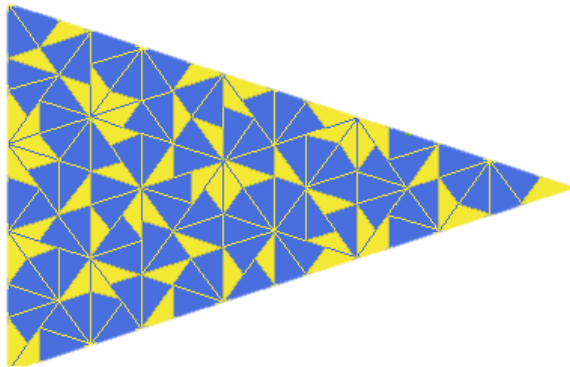




$[1; 1; \varphi]_O \Rightarrow 1 \left[ \frac{1}{\varphi}; 1; 1 \right]_A + 1 \left[ \frac{1}{\varphi}; \frac{1}{\varphi}; 1 \right]_O$

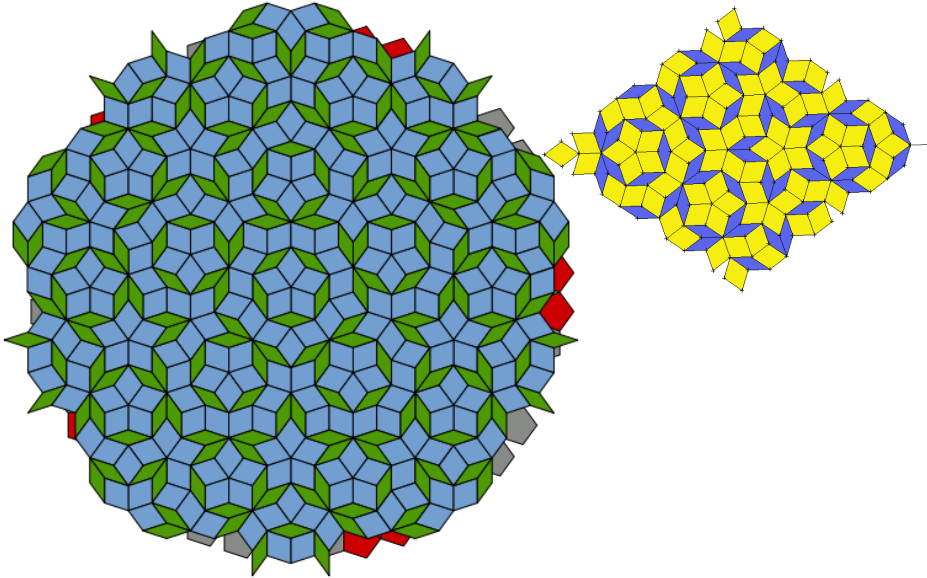
Académie Lorraine des Sciences 11 octobre 2012 17

## Après suffisamment d'étapes de subdivision



Académie Lorraine des Sciences 11 octobre 2012 18

## Le résultat final et ses variantes

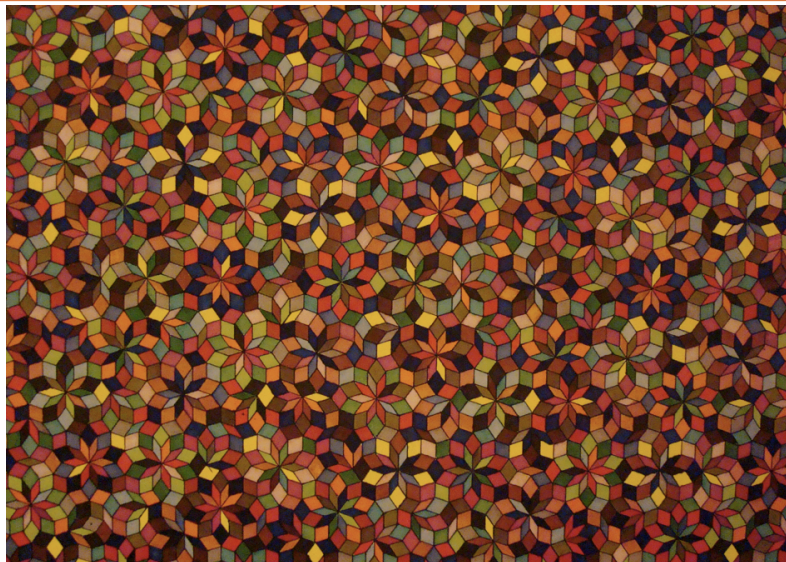


Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

19

## Arts Graphiques

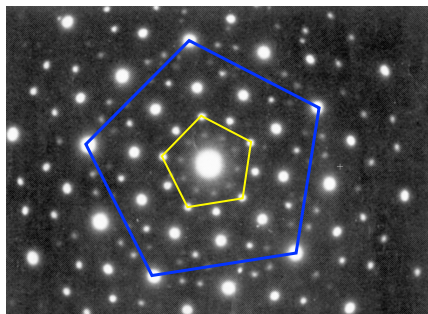


Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

20

## LA découverte de 1982



La même symétrie que  
l'icosaèdre ou le dodécaèdre  
pentagonal

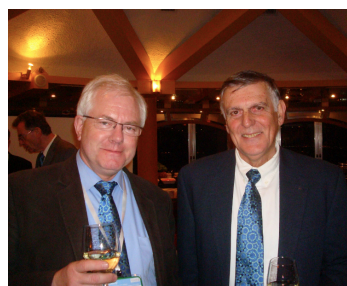
Danny Shechtman,  
Technion, Haifa

Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

21

## Prix Nobel de Chimie 2011




A Nancy, le jeudi 22 novembre 2012,  
Amphi 8, Faculté des Sciences et  
Technologies, Vandœuvre : 14h45

Académie Lorraine des Sciences


11 octobre 2012

22

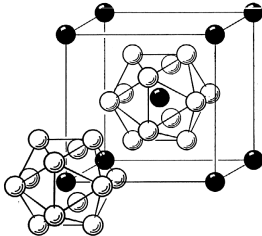
## La querelle de l'Ancien et du Moderne



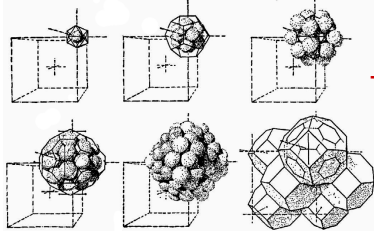
1930 - 60



Linus Pauling et  
ses collaborateurs  
(Samson,  
Schoemaker, etc.)



$Al_{12}Mo$




T-AlZnMg

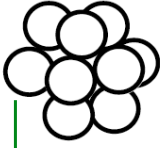
Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

23

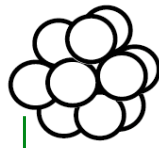
## Empilement dense de sphères





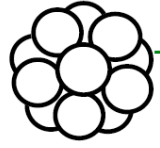
Cubique faces  
centrées :

Exemple: Al  
(4at./maille)

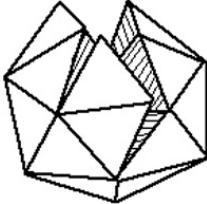


Hexagonal  
compact :

Exemple: Mg  
& Zn (2at./  
maille)



Encore plus compact :  
l'icosaèdre, mais il ne  
remplit pas l'espace

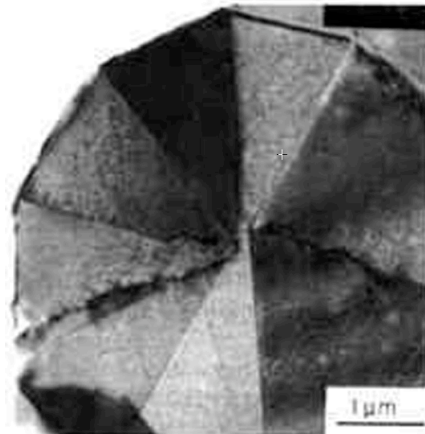


Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

24

# Maclage ?

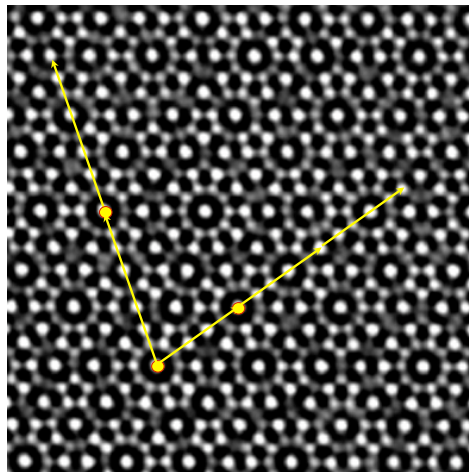


Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

25

# Non, car le cristal n'est pas périodique



Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

26



## Elaboration métallurgique



Institut Jean Lamour

Composition:  $Al_{71}Cu_9Cr_{10}Fe_{10}$  (at%)

Lingot solidifié

Revêtement PVD sur une aube de turbine d'hélicoptère



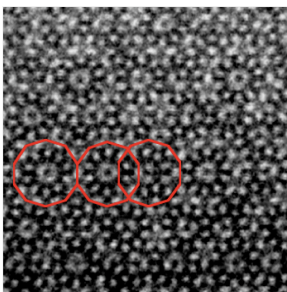

Procédé de production mis au point pour 1000kg/jour en 1993-94

Académie Lorraine des Sciences
11 octobre 2012
29

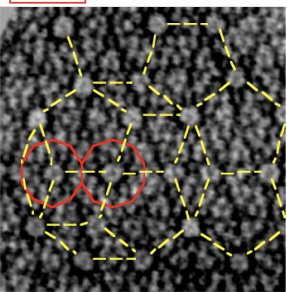
## Défauts spécifiques (absents des cristaux normaux)

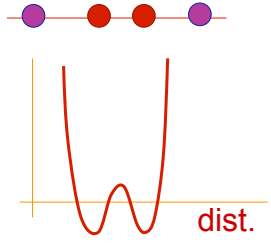
...LCLLCLCLLCLLC...  
...LCLCLLCLLCLLC...

**300K**



**1100K**

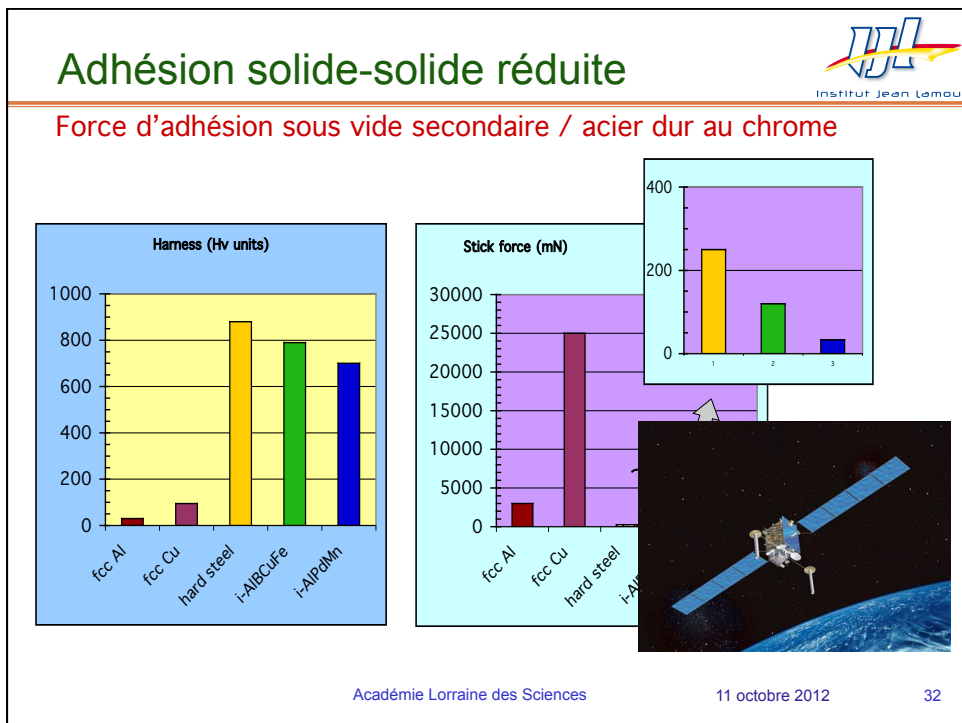
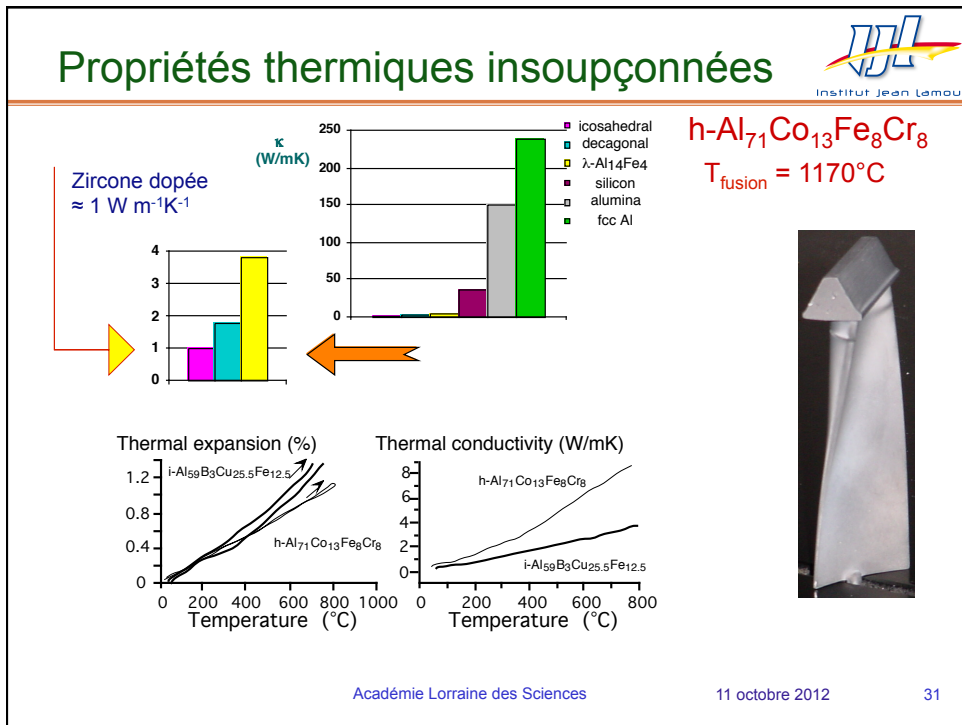




Double-puit de potentiel  
Pas nécessairement symétrique

$Al_{72}Ni_{20}Co_8$  Decagonal ; Crédit E. Abe, NIMS Tsukuba, Japon

Académie Lorraine des Sciences
11 octobre 2012
30





Si vous souhaitez en savoir plus :



Académie de Stanislas

6 mars 2009

33

Merci de votre attention



Académie Lorraine des Sciences

11 octobre 2012

34

