12 juin 2008

LA DIVINE PROPORTION

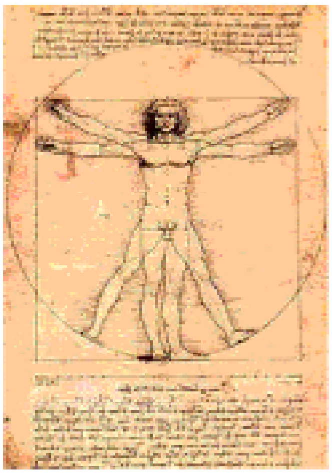
NOMBRE D'OR OU NOMBRE D'ART, MATHéMATIQUE OU ESTHéTIQUE ?

par

Pierre Boyer

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}$$



$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}$$

LA DIVINE PROPORTION : NOMBRE D'OR OU NOMBRE D'ART, MATHÉMATIQUE OU ESTHÉTIQUE ?

Pierre BOYER

Qui n'a jamais entendu parler du nombre d'or ? Pour beaucoup il justifie le beau…

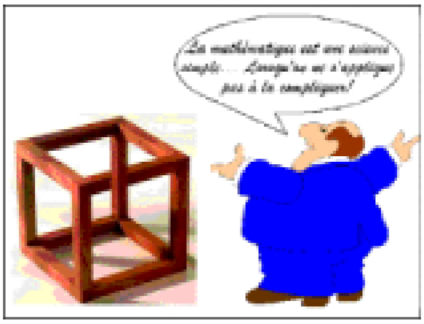
Mais, réellement, qu'est-ce donc que ce nombre qui a profondément marqué les arithméticiens, les géomètres, les architectes et les artistes ?

Ce nombre d'or d'origine mathématique, dont je vais parler, ne doit pas être confondu avec le nombre d'or astronomique.

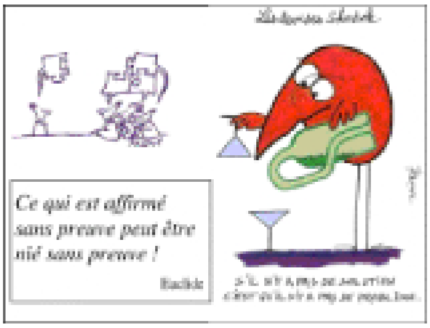
Pour mémoire, ce dernier a été introduit au cinquième siècle avant notre ère lorsque l'astronome grec Méton a déterminé que le cycle luni-solaire, c'est-à-dire le temps séparant deux coïncidences successives entre les positions de la Lune et du Soleil, était de dix-neuf ans.

Cette valeur a été appelée *nombre d'or* du fait que, d'après la légende, Méton aurait exposé à Athènes (en – 433 ou – 432) la table expliquant sa période, ce qui lui aurait valu un grand succès. Écrites avec des lettres d'or, les tablettes auraient été attachées sur les colonnes du Parthénon ou bien encore directement sur le mur du Pnyx, cette colline où se tenait l'assemblée des citoyens d'Athènes. Le cycle de Méton est encore utilisé aujourd'hui pour déterminer la date de Pâques.

Dans ce qui suit, je ne m'intéresserai qu'au nombre d'or d'origine arithmétique dont je vais essayer d'aborder les différents aspects, qu'ils soient mathématiques ou non.



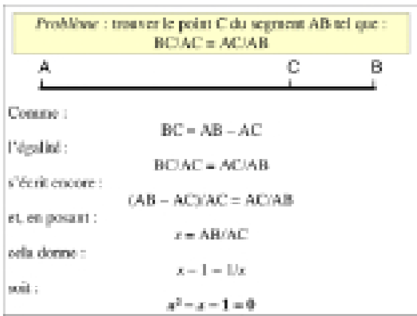
Je débuterai cette causerie par quelques considérations de mathématiques élémentaires afin de pouvoir introduire par la suite une approche de l'esthétique basée sur la géométrie et l'arithmétique. Je choisirai la solution de facilité en partant du quantitatif pour aller au qualitatif ! En effet, le quantitatif, qu'il soit mesurable ou tout simplement repérable, s'appuie sur des grandeurs que l'on peut définir sans difficulté. Par contre, le qualitatif qui fait appel à des sensations propres à chaque individu, conduit à des propositions qui ne sont pas nécessairement les mêmes pour tous. En particulier, le *beau* est une notion très contestable et éphémère. D'ailleurs, la suite de mon propos montrera que, plus on s'éloigne du domaine de l'arithmétique, plus on introduit des conditionnels !



Que certains d'entre vous se rassurent : je limiterai les rares développements mathématiques au strict minimum ! Ils ne me serviront d'ailleurs qu'à justifier les résultats cités afin d'éviter que les *matheux* ne se sentent frustrés et aussi pour tenir compte de ce qu'aurait dit Euclide : *ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve !* En aucun cas, ces démonstrations ne seront nécessaires pour la compréhension de mon exposé.

Dans ses *Éléments*, qui datent du cinquième siècle avant notre ère, Euclide s'est proposé, sans en préciser le pourquoi, de *partager un segment en moyenne et extrême raison.*

Aujourd'hui, je dirai plus simplement qu'il cherchait à diviser un segment en deux sous-segments tels que le rapport du plus petit au plus grand soit égal au rapport du plus grand au segment total.



Pratiquement, cela revient à trouver le point C d'un segment AB tel que :

	BC/AC = AC/AB
Comme :	BC = AB – AC
on a donc :	(AB – AC)/AC = AC/AB
et, en posant :	x = AB/AC
cela donne :	$x - 1 = 1/x$
ce qui s'écrit encore :	$x - 1/x = 1$

Problème : trouver un nombre x tel que la différence avec son inverse soit égale à 1

x doit donc vérifier :

$$x - 1/x = 1$$

relation qui s'écrit encore :

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Cette équation du second degré admet deux solutions de signes opposés. La racine positive :

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

est appelée ***nombre d'or*** ou encore ***divine proportion***.

On est donc conduit à rechercher un nombre x tel que la différence avec son inverse soit égale à 1, propriété qui est parfois prise comme définition du nombre d'or. En multipliant par x les deux membres de la relation précédente, on a :

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Cette équation du second degré admet deux solutions réelles de signes opposés. C'est la racine positive $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ qui est appelée *nombre d'or* ou encore *divine proportion*. Ces deux dénominations montrent combien ce nombre a été entaché de mysticisme !

C'est Léonard de Vinci qui a donné le nom de *sectio aurea*, la *section dorée*, à la partition du segment, d'où l'appellation de *nombre d'or* pour sa valeur numérique. C'est à Lucia Pacioli que l'on doit sa dénomination de *divine proportion.*

Dans la suite de cet exposé, je considérerai la relation [$x^2 - x - 1 = 0$] comme caractéristique du nombre d'or et elle me servira comme signe de reconnaissance de celui-ci.

Même si cette interprétation analytique est très postérieure à Euclide, on peut dire que c'est à partir d'un problème purement géométrique que le nombre d'or a fait son apparition en arithmétique !

La géométrie recèle deux grands trésors : l'un est le théorème de Pythagore, l'autre la division d'une ligne en moyenne et extrême raison.

Le premier est comparable à une mesure d'or ; et la seconde, un précieux joyau.

Kepler (1571-1630)

Mais, réellement, qu'est-ce donc que ce nombre si fascinant ? Qu'avait-il de si particulier pour conduire Kepler à estimer que *la géométrie recèle deux grands trésors : l'un est le théorème de Pythagore, l'autre la division d'une ligne en moyenne et extrême raison. Le premier est comparable à une mesure d'or ; et la seconde, un précieux joyau*.

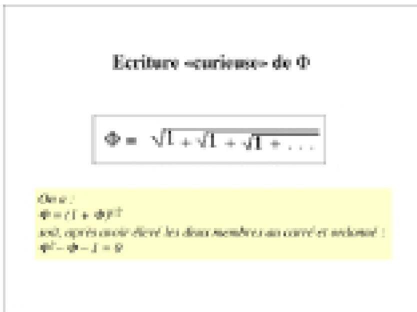
$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est un nombre irrationnel, c'est-à-dire un nombre qui ne peut pas s'écrire exactement sous la forme du rapport de deux nombres entiers. Sa valeur approximative est 1,618… et la fraction 8/5 en donne une valeur à 1,1 % près.

La représentation du nombre d’or par la lettre grecque Φ a été introduite en 1914 par Théodore Cook. Elle serait une sorte d’hommage rendu au sculpteur et architecte Phidias (né vers 490 et mort vers 430 avant notre ère) qui aurait utilisé ce rapport pour établir les proportions du Parthénon d’Athènes.

On peut aussi remarquer que la relation [$x^2 - x - 1 = 0$] s’écrit encore : $x^2 = x + 1$

La divine proportion est donc le seul nombre positif dont on obtient le carré en lui ajoutant 1.

À titre anecdotique, on appelle *nombre plastique* ou *nombre d’argent* (1,324718…) le seul nombre réel dont on obtient le cube en lui ajoutant 1. Il vérifie : $x^3 = x + 1$.



Φ peut s’exprimer sous des formes curieuses, en particulier :

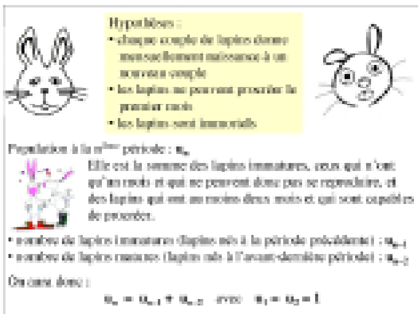
$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \ldots}}}$$

Il est aisé de vérifier la validité de cette notation qui peut s’écrire : $\Phi = (1 + \Phi)^{1/2}$
Après avoir élevé les deux membres au carré, on retrouve bien la relation caractéristique : $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$

Ainsi présenté, on peut se demander si le nombre d’or ne serait pas seulement qu’une simple curiosité mathématique, l’expression numérique de la solution d’un problème géométrique que s’était arbitrairement posé Euclide, problème qui, a priori, est sans grand intérêt !

D’ailleurs, on ne trouve aucune trace écrite relative à ce nombre avant les travaux de Fibonacci.

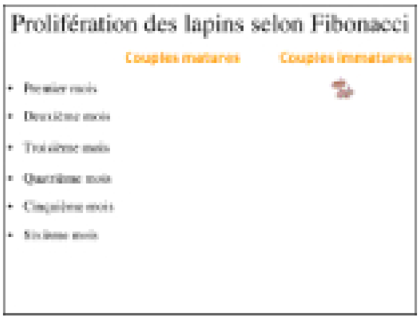
Leonardo Fibonacci, dit Léonard de Pise, ou encore Leonardo Bigollo (c’est-à-dire le voyageur), a vécu vraisemblablement de 1170 à 1250. Son père étant diplomate, il le suit très tôt à l’étranger et plus particulièrement en Afrique du Nord où il reçoit son éducation. Durant ses voyages en Égypte, Syrie, Grèce, Sicile et Provence, il s’intéresse et accumule une quantité de données sur les connaissances mathématiques de ces pays. De retour en Italie en 1202, il publie la même année le *Liber Abaci*, le *Livre des calculs*. C’est par le biais de cet ouvrage, que seront introduits en Europe les chiffres arabes, ceux que nous utilisons aujourd’hui, et le système de positionnement décimal arabo-hindou. À la fois importateur d’épices et mathématicien, il est l’auteur de deux autres ouvrages, la *Mis pratica geometriciae*, en 1220 et le *Liber quadatum*, qui traite de la théorie des nombres, en 1225. Dans son pénultième livre, il présente une compilation de la géométrie de son époque et introduit la trigonométrie. Il aurait également publié *Di minor guisa*, un traité d’arithmétique commerciale, mais on en n’a trouvé aucun exemplaire. Je rappelle qu’à cette époque, l’imprimerie n’avait pas encore été inventée et que tous les ouvrages étaient donc des manuscrits, ce qui ne facilitait pas leur diffusion !



Fibonacci s’était intéressé à l’étude de la prolifération des lapins. Pour ce faire, il avait posé comme hypothèse que, dès qu’ils avaient deux mois, chaque couple donnait mensuellement naissance à un nouveau couple constitué d’un mâle et d’une femelle. De plus, ses léporidés avaient la propriété d’être immortels et de ne jamais être stériles !

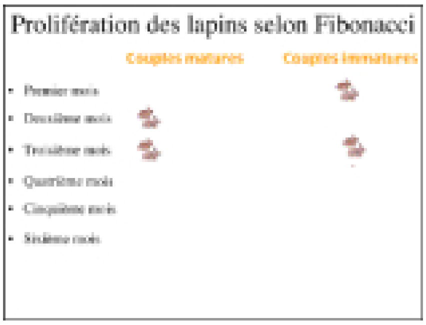
Essayons de faire le décompte de cette population en suivant son évolution mois par mois.

Le premier mois, la population se limite à un seul couple de lapins immatures

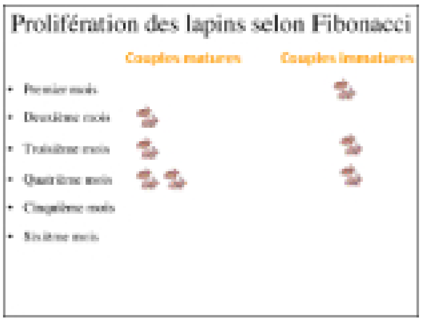


Le deuxième mois, ce couple va procréer

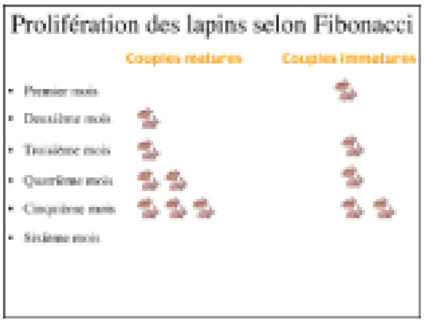
et donnera naissance à un nouveau couple immature



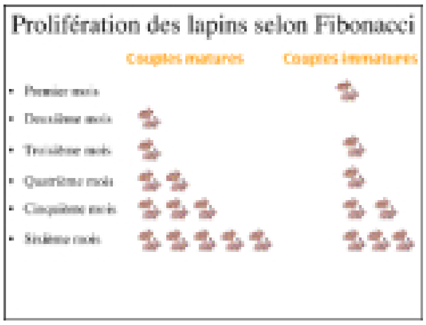
Pour le quatrième mois, le couple d'immature pourra procréer et le couple d'«anciens» produira un couple d'immatures



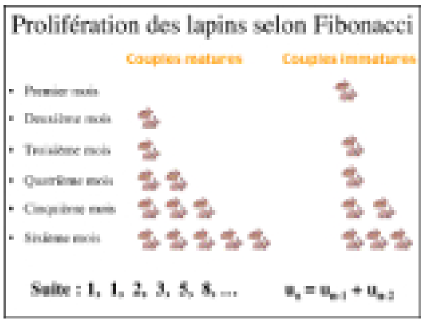
Le cinquième mois, les deux couples d'«anciens» donneront deux couples d'immatures, alors que le couple d'immatures du mois précédent deviendra en âge de procréer



Le sixième mois verra un processus analogue

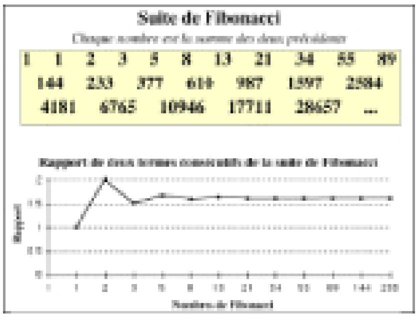


Essayons de formaliser le processus.



En notant par u_n le nombre de lapins à la n ième période considérée, le nombre de lapins immatures sera alors de u_{n-1} et celui de lapins matures de u_{n-2}.

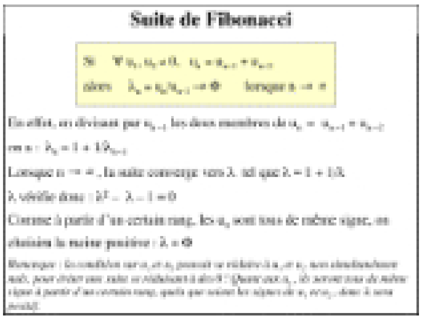
On aura donc : $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ avec $u_1 = u_2 = 1$.



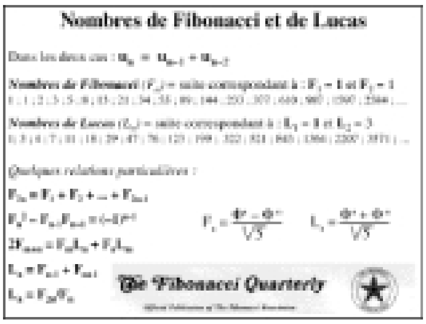
Cela conduit à une suite de nombres dont chacun est la somme des deux qui le précèdent : 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377 …

Ces nombres croissent évidemment très rapidement !

L'idée géniale de Fibonacci a été d'étudier leur évolution en s'intéressant, non pas aux nombres eux-même, mais aux variations des rapports de deux termes consécutifs de cette suite. Il constata alors que ces rapports convergeaient vers 1,618 03… c'est-à-dire vers l'expression décimale du nombre d'or ! La théorie confirme ce résultat et, de plus, montre qu'il reste valable quels que soient les deux premiers nombres choisis pour débuter la suite, dès le moment où ils ne sont pas tous les deux nuls.



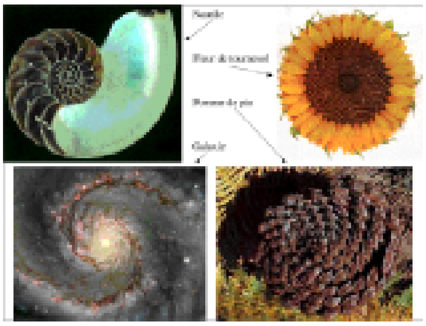
Pour les amateurs de rigueur, voyons rapidement comment établir ce résultat. Pour cela, considérons la suite définie par : $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ avec u_1 et u_2 non simultanément nuls. En posant : $\lambda_n = u_n/u_{n-1}$, on en déduit : $\lambda_n = 1 + 1/\lambda_{n-1}$. Lorsque n tend vers l'infini, la limite λ de λ_n est alors donnée par $\lambda = 1 + 1/\lambda$. On retrouve l'équation vue précédemment et la limite λ est donc bien le nombre d'or Φ.



En faisant $u_1 = u_2 = 1$, on obtient les *nombres de Fibonacci*. De même, en faisant $u_1 = 1$ et $u_2 = 3$, on a les *nombres de Lucas*. Ces deux catégories de nombres recèlent énormément de propriétés mathématiques et sont encore étudiées de nos jours. Les résultats obtenus permettent même d'alimenter un périodique mathématique spécialisé, le *Fibonacci Quarterly*.

Certes, les lapins ne suivent pas exactement le modèle simpliste utilisé par Fibonacci, mais ils ont permis d'établir le premier lien entre le nombre d'or et le monde vivant.

Le résultat mis en évidence par Fibonacci ne pouvait qu'exciter l'imagination ! Pourtant, ce n'est que bien plus tard que l'on cherchera à faire apparaître l'intervention du nombre d'or dans des manifestations de la nature.



Par exemple, et j'y reviendrai par la suite, on voudra le voir dans des répartitions de feuilles sur des tiges de certaines plantes, dans la distribution des écailles d'un ananas, d'une pomme de pin ou les dispositions de pétales de fleurs comme le tournesol, ou bien encore dans la forme de coquilles comme celle du nautile…

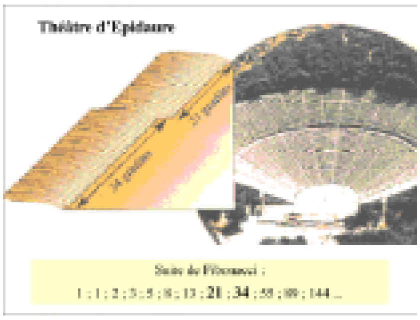
La littérature est extrêmement prolixe sur ce thème. Je dois cependant avouer que, personnellement, je reste très réservé quant aux conclusions avancées, car je pense que l'on se heurte à deux difficultés majeures :

• La première est de savoir si l'existence de structures présentant des pentagones réguliers ou dont les formes se rapprochent de spirales logarithmiques, figures qui mathématiquement font en effet apparaître Φ, justifient que que ces structures soient considérées comme basées sur le nombre d'or.

• La seconde est liée au fait qu'à partir d'observations, certains pensent que des systèmes font intervenir Φ. Mais trouver une valeur de l'ordre de 1,6, cela permet-il de conclure que c'est la divine proportion, compte tenu de l'imprécision des mesures ?

L'étude du nombre d'or, en dehors du domaine des mathématiques, conduit donc à envisager trois situations. Une première, comme c'est le cas des phénomènes d'origine naturelle, où l'éventuelle intervention du nombre d'or est indépendante d'une action humaine. Une deuxième où, au contraire, l'homme a volontairement introduit la divine proportion dans ses créations. Enfin, une troisième où l'on observe, ou croît observer, l'influence du nombre d'or sans savoir si cela est dû au hasard ou bien voulu.

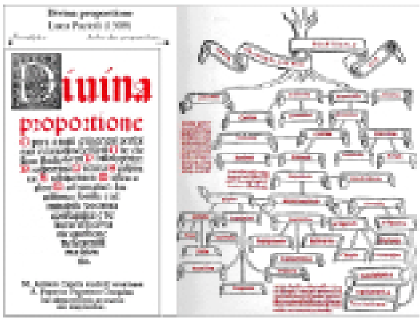
J'illustrerai ce dernier point à l'aide de trois exemples.



Tout d'abord, je m'intéresserai au théâtre grec d'Épidaure, qui date du quatrième siècle avant notre ère et qui est célèbre pour son acoustique. Il présente 55 gradins répartis en deux blocs de 34 et 21 rangs. Ces nombres se succèdent dans la suite de Fibonacci. Mais qui peut dire aujourd'hui si cela est dû au hasard ou, au contraire, voulu pour des raisons d'esthétique ?

C'est la *Cène* peinte en 1955 par Salvador Dali qui me servira de deuxième exemple. En prenant comme fond de tableau un dodécaèdre régulier qui, nous le verrons plus loin, a de nombreuses propriétés liées au nombre d'or, le peintre a-t-il voulu implicitement introduire la divine proportion ou, tout simplement, cet ancien symbole de l'Univers ?

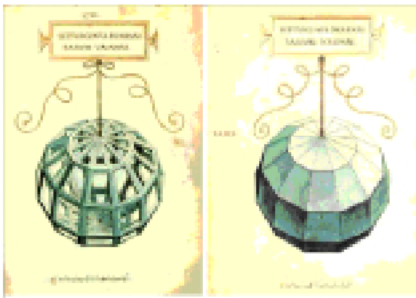
Mon dernier exemple est relatif au tableau représentant Luca Pacioli peint par Jacopo de Barbari, ce peintre (né à Venise en 1445 et est mort à Bruxelles en 1515) qui a beaucoup influencé Dürer [1471 – 1528]. Dans cette peinture, qui se trouve au Musée de Naples, on peut voir beaucoup de manifestations du nombre d'or, ce qui n'a rien de surprenant, compte tenu des travaux de Pacioli, dont je vais vous parler dans un instant. Déjà, on estime que le pouce gauche du moine divise la longueur du tableau ainsi que la largeur du livre ouvert suivant ce rapport. Dans le coin inférieur droit, se trouve un dodécaèdre régulier, polyèdre dans la géométrie duquel intervient beaucoup le nombre d'or. Les mesures que l'on effectuerait sur ce tableau ne donneraient qu'une grossière approximation de Φ, alors qu'il est quasiment certain que le peintre a voulu l'y introduire…



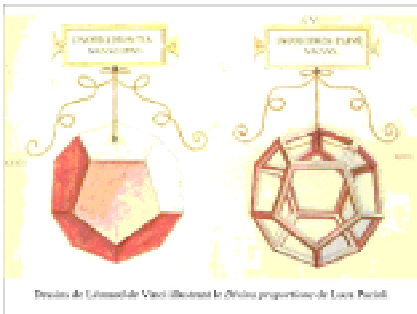
Durant les trois siècles qui suivirent les travaux de Fibonacci, on ne parlera pratiquement plus du nombre d'or. Il ne réapparaîtra qu'en 1509, avec la publication par Luca Pacioli de son ouvrage *Divina proportione*, dont vous aurez tous traduit le titre latin par *La divine proportion*.

Luca Bartolomes Pacioli, dit Luca di Borgo, est un moine franciscain italien né en 1445 en Toscane, à Borgo San Sepolcro, et décédé en 1517 (ou 1514) à Rome. Mathématicien, il a enseigné successivement à Peruge, Naples, Milan, Pise, Bologne, Venise et Rome. On lui attribue l'invention de la *méthode vénitienne* de comptabilité, appelée aujourd'hui *comptabilité en partie double*.

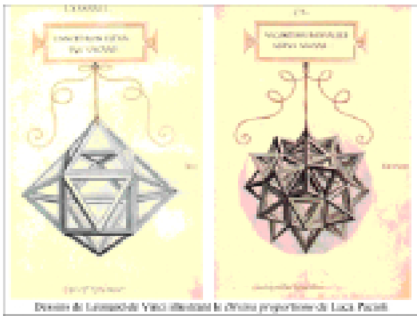
En 1494, il publie son œuvre principale, *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita*, qui rassemble pratiquement toutes les connaissances mathématiques de son époque. Il fut l'élève de Piero della Francesca (1420 – 1492), également né à Borgo San Sepolcro, artiste et théoricien de la perspective, auteur du *De quinque corporibus regolaribus*, célèbre traité sur les polyèdres réguliers, les solides de Platon.


Dessins de Léonard de Vinci illustrant la *Divina proportione* de Luca Pacioli

La divine proportion, dont Pacioli avait offert le manuscrit quelques années auparavant au duc de Milan Ludovic le More, a été illustrée de soixante dessins par son ami Léonard de Vinci.



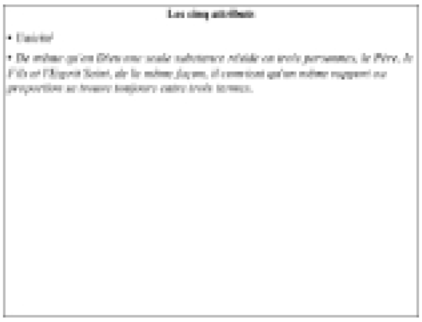
La partie principale de cet ouvrage est consacrée à l'étude des propriétés de la proportion et il y traite de l'usage de la perspective par les peintres Piero della Francesca, Melozzo de Forlì et Marco Palmezzano.



Elle est suivie d'un court traité d'architecture, du tracé d'un alphabet antique et du *Libellus* correspondant à un ensemble d'exercices mathématiques portant notamment sur les polyèdres réguliers.

Compte tenu de son statut, il n'y a rien d'étonnant à ce que Luca Pacioli fasse un rapprochement entre Dieu et la divine proportion. Il justifie le titre de son ouvrage en affirmant que c'est *à cause des nombreux attributs de la proportion qui concordent avec les attributs qui appartiennent à Dieu*. Parmi les treize raisons qu'il donne, on a :

• il est unique comme Dieu ;



• il est un mais régit une relation entre trois termes, comme la Sainte-Trinité :

De même qu'en Dieu une seule substance réside en trois personnes, le Père, le Fils et l'Esprit Saint, de la même façon, il convient qu'un même rapport ou proportion se trouve toujours entre trois termes.

• comme Dieu, qui ne peut se définir en paroles, il ne peut être exprimé par un nombre rationnel :

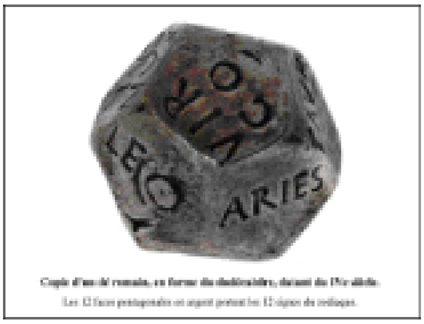
> *De même que Dieu ne peut se définir en termes propres et que les paroles ne peuvent nous le faire comprendre, ainsi notre proportion ne se peut jamais déterminer par un nombre que l'on puisse connaître, ni exprimer par quelque quantité rationnelle, mais est toujours mystérieuse et secrète, et qualifiée par les mathématiciens d'irrationnelle.*

• comme Dieu, il demeure identique à lui-même :

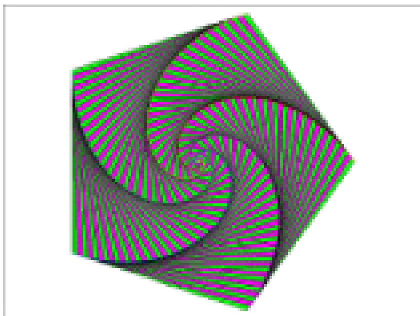
> *De même que Dieu ne peut jamais changer et est tout en tout et tout entier dans chaque partie, de même notre présente proportion est toujours la même et toujours invariable…*

• il a permis de construire le dodécaèdre, cinquième et dernier polyèdre régulier, que Platon appelle l'expression même de la quintessence :

De même que Dieu confère l’être à la Vertu Céleste appelée Quinte Essence, et par elle aux quatre autres corps simples, c’est à dire aux quatre éléments Terre, Eau, Air et Feu... de même notre sainte proportion donne l’être formel au ciel même, selon Platon qui dans son Timée attribue au ciel la figure du corps appelé dodécaèdre... lequel ne se peut former sans notre proportion...



À ce sujet, il faut rappeler que, pour les Anciens, le dodécaèdre aurait produit l’Univers. Ils le pensaient probablement parce qu’ils pouvaient affecter un signe zodiacal à chacune des douze faces pentagonales de ce polyèdre lui-même inscriptible dans une sphère. C’est par le biais des pentagones qu’on peut lui associer la divine proportion. Il est à remarquer que, dans le manuscrit de l’ouvrage offert en 1498 à Ludovic Sforza, les travaux de Pacioli sont purement mathématiques et métaphysiques. Ce n’est que dans l’édition imprimée de 1509 qu’il rajoute deux appendices dont l’un est consacré à l’architecture où, chose surprenante, il n’y est nullement fait mention de la divine proportion !

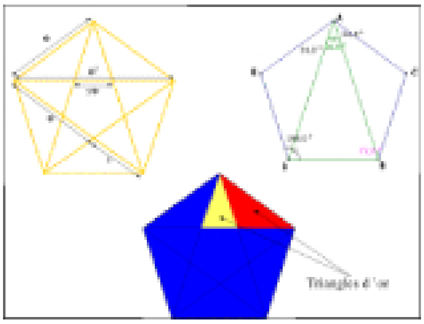


Maintenant, il me faut dresser rapidement l’inventaire des présences du nombre d’or dans certaines figures géométriques afin de pouvoir mieux expliquer comment certains peuvent estimer le rencontrer dans la nature et comprendre l’influence qu’il a eu, ou aurait pu avoir, dans les arts, plus particulièrement en architecture et en peinture. Nous allons ainsi rencontrer des *figures dorées*, avec des triangles, des rectangles, des pentagones et des spirales, avant de sortir du plan pour trouver des polyèdres, comme le dodécaèdre ou l'icosaèdre.

Je distinguerai les figures construites à partir du nombre d'or (rectangles et triangles) et celles le faisant intervenir par leurs propriétés géométriques (pentagone et dodécaèdre réguliers…).

Ces dernières, que l'on rencontre dans les mondes végétal et animal, pourraient illustrer cette citation de Galilée : *Le livre de la nature s'étale continuellement ouvert devant nos yeux, mais on ne peut le comprendre sans apprendre d'abord le langage et les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langage mathématique, et ses caractères sont des figures géométriques.*

Je pense cependant qu'il faut s'interroger pour savoir si l'Univers est constitué d'un ensemble de pièces agencées de façon aléatoire, sans autre logique que celles de hasards bienveillants ou malveillants, ou bien si, au contraire, il existe un invisible lien les unissant.



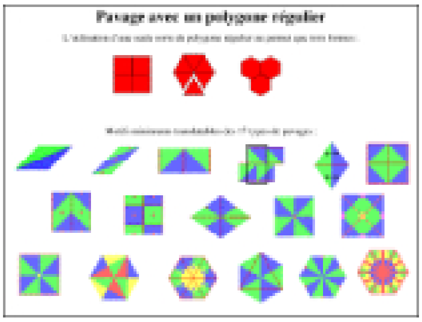
Je commencerai par les figures qui font intervenir le nombre d'or. La plus importante est le pentagone régulier, qui existe sous deux formes, convexe et étoilée. C'est le polygone le plus simple existant sous ces deux aspects.

La forme étoilée, parfois appelée pentagramme, aurait été le signe de ralliement des disciples de Pythagore à qui on attribue le procédé de construction du pentagone régulier.

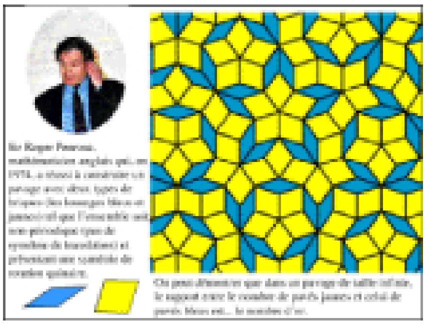
Dans le pentagone régulier, le rapport des longueurs joignant un sommet quelconque à deux sommets situés à des distances différentes donne le nombre d'or, ou son inverse.

Le pentagone régulier est une source de figures dorées, une véritable mine d'or, oserai-je dire !

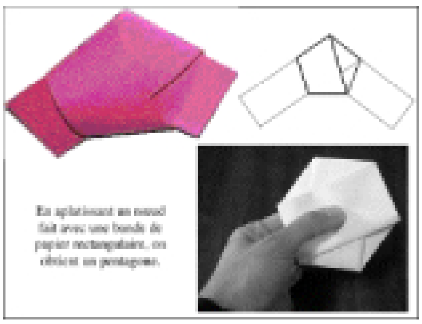
Dans sa forme étoilée, la figure apparaissant au centre est un pentagone convexe. De plus, tous les triangles isocèles constituent deux familles de triangles évidemment appelés *triangles d'or*…



Il est à noter que le pentagone régulier ne permet pas de faire un pavage, c’est-à-dire le remplissage d’un espace plan à l'aide d’un motif répétitif, sans trou ni débordement. Ainsi que l’a montré en 1891 le cristallographe et mathématicien russe Fedorov, il n'existe que dix-sept pavages périodiques du plan, faisant intervenir les transformations géométriques planes (translations, rotations, symétries axiales et leurs composées). Quinze d’entre eux font appel à des polygones réguliers (triangle équilatéral, carré, hexagone, octogone et décagone). Il est évident que le pentagone régulier avec son angle au sommet de cent huit degrés ne peut couvrir exactement le plan.

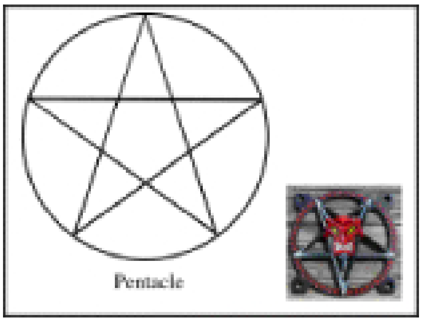


En 1974, le mathématicien anglais Roger Penrose a présenté les premiers exemples de pavages non périodiques du plan en réussissant à en construire un constitué de deux types de briques de telle sorte que l’ensemble soit non périodique (pas de symétrie de translation) mais qui présente la symétrie de rotation du pentagone ! Ce qui est remarquable, et justifie que j’en parle ici, est que pour un pavage infini, le rapport des nombres de briques des deux sortes est très exactement le nombre d’or.



On peut réaliser facilement une bonne approximation de la représentation du pentagone régulier par un pliage simple. Pour cela, il suffit de découper une bande de papier rectangulaire, de faire un nœud avec celle-ci et de l’aplatir.

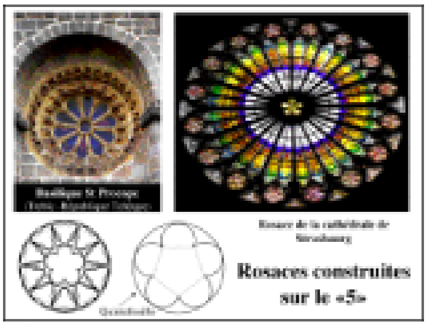
L’étoile à cinq branches semble symboliser la puissance puisque elle a été choisie comme emblème des armées de quelques pays comme les États-Unis, la Russie, la Chine… et apparaît sur de très nombreux drapeaux.



Elle prend le nom de *pentagramme* ou de *pentalpha* dans certains textes ésotériques. Placée dans un cercle, elle devient un *pentacle*. Pointée vers le haut, elle représente les cinq extrémités du corps humain, alors qu’inversée, elle figure la tête du diable avec les cornes, les oreilles et le menton.

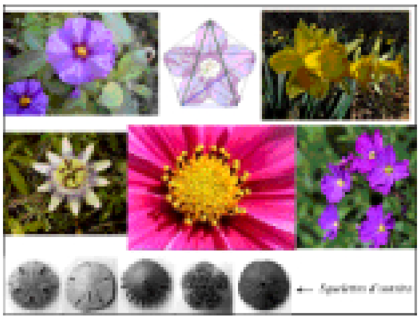
À l’origine, le pentagramme aurait été un symbole de vie et de santé. Pour les premiers chrétiens, il aurait représenté les cinq plaies du Christ crucifié. Inscrit sur le seuil des logis, ce talisman était prétendu protéger du danger en écartant les mauvais esprits.

Je pense que toutes ces interprétations sont totalement indépendantes du nombre d’or et essentiellement liées à la symbolique du cinq.

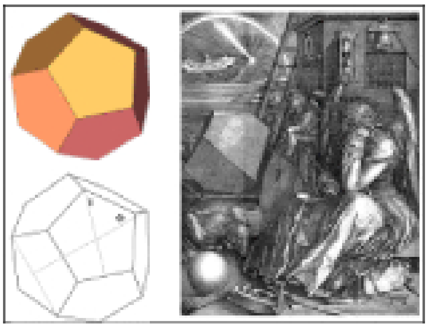


Le pentagone a été parfois utilisé comme figure de base pour la réalisation de rosaces dans la construction des cathédrales.

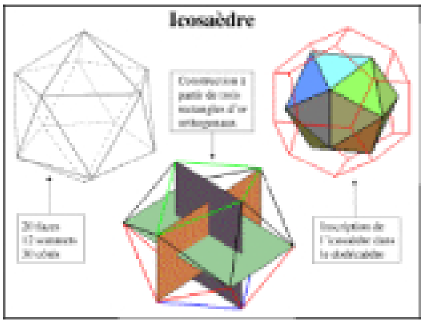
Là encore, je suis persuadé que cette forme de rosace n’est pas du tout liée au nombre d’or et à l’esthétique que l’on veut lui rattacher, mais uniquement à la symbolique du cinq. D’ailleurs, si c’était l’esthétique qui l’emportait sur la symbolique numérique, il ne devrait pas y avoir autant de rosaces «hexagonales» qui, il est vrai, sont bien plus faciles à tracer, mais qui sont aussi belles !



Dans la nature, on rencontre des pentagones réguliers, aussi bien dans le monde minéral que dans le monde vivant, animal ou végétal. De là à conclure que ces fleurs, coquillages et minéraux sont beaux parce qu'ils font intervenir le nombre d'or, c'est un pas que beaucoup n'ont pas hésité à franchir. Je pense que c'est oublier qu'il y a bien d'autres beautés naturelles !



À partir du pentagone régulier, en sortant du plan, on peut tracer des volumes comme le dodécaèdre… Était-ce la difficulté de faire une telle réalisation qui laissait aussi pensif le personnage de la *Melancolia* de Dürer regardant, le compas à la main, un bloc de pierre en forme de dodécaèdre irrégulier ? Pour mémoire, Dürer est l'auteur d'une méthode de construction approchée du pentagone régulier.

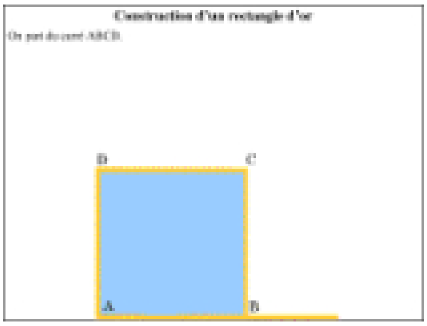


Le dodécaèdre régulier n'est évidemment pas le seul polyèdre régulier faisant intervenir le nombre d'or. Le cinquième et dernier des solides de Platon, l'icosaèdre, en est un bel exemple. Ce volume est en effet très remaquable. Avec ses vingt faces en forme de triangle équilatéral, il est inscriptible dans le dodécaèdre et, c'est ce qui nous intéresse le plus aujourd'hui, il est construit sur une ossature de trois rectangles dorés orthogonaux, c'est-à-dire des rectangles dont le rapport des côtés est égal à Φ.

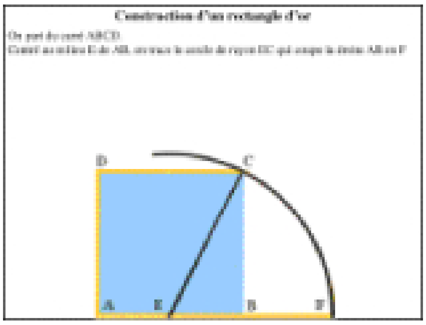
Après cet apperçu des figures «naturellement» dorées, il nous faut voir celles qui ont été construites volontairement sur la base du nombre d'or.

Rassurez-vous, là encore, je m'attacherai plus aux descriptions qu'aux rares démonstrations que je réduirai au strict minimum et que je présente nullement par nécessité, mais uniquement par esprit de rigueur !

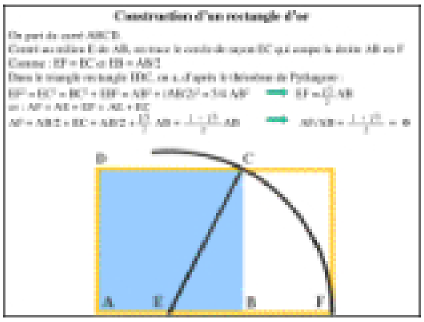
Tout d'abord, voyons comment construire facilement un rectangle d'or.



La méthode la plus simple est de partir d'un carré ABCD.



Centré au milieu E de AB, on trace le cercle de rayon EC qui coupe la droite AB en F.



Le rectangle de côtés AD et AF est d'or.

En effet, EF = EC et EB = AB/2

Dans le triangle rectangle EBC, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$EF^2 = EC^2 = BC^2 + EB^2 = AB^2 + (AB/2)^2 = 5/4\ AB^2$

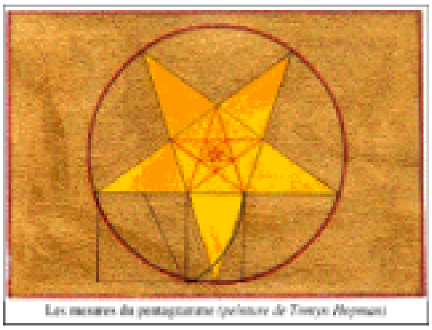
comme : AF = AE + EF = AE + EC

AF = AB/2 + EC

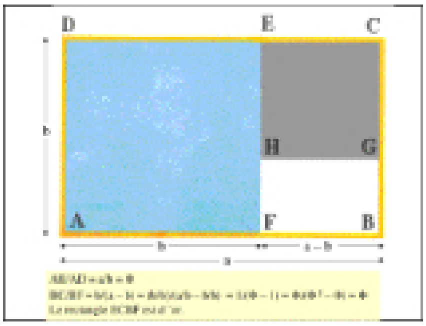
$AF = AB/2 + \frac{\sqrt{5}}{2}AB = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}AB$

AF/AB = Φ

Le quadrilatère de côtés AD et AF est donc bien un rectangle d'or.

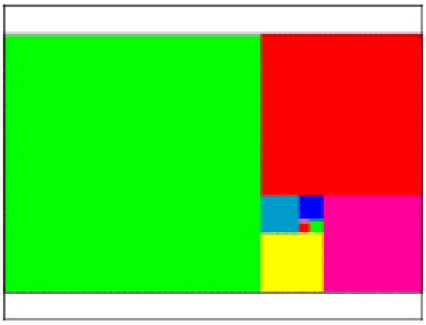


Il va de soi que la construction du pentagone régulier se fera en reportant à l’aide d’un compas des longueurs issues d’un rectanle d’or.

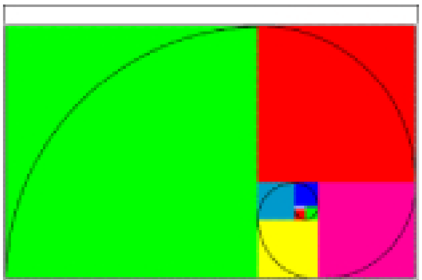


Il est intéressant de remarquer que si on retranche dans un rectangle d’or le plus grand carré inscrit, on retrouve un autre rectangle d’or.

En effet, si on part du rectangle ABCD, donc tel que AB/AD = a/b = Φ, et qu’on lui retranche le carré ADEF, le rectangle BCEF est bien *doré*, puisque :
$BC/BF = b/(a – b) = (b/b)/(a/b – b/b) = 1/(Φ – 1) = Φ /(Φ^2 – Φ) = Φ$



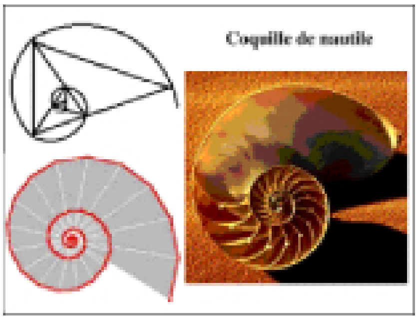
En retirant le carré ECHG de BCEF, on obtient un nouveau rectangle d’or avec BFHG et on peut continuer ainsi de suite, à l’infini…



Spirale d’or

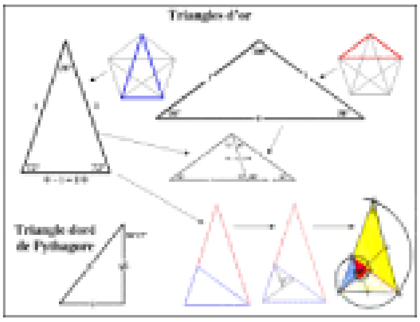
On peut alors tracer une *spirale d’or* passant par des paires de sommets opposés des carrés successifs.

Inutile de dire que certains ont voulu associer cette spirale à celles que l’on trouve dans la nature ! Mais, compte tenu de la grande imprécision des mesures, je pense qu’il est difficile d’identifier avec certitude ces distributions naturelles plutôt à une spirale d’or qu’à celle d’un autre type !



Les exemples classiques sont la pomme de pin, la fleur de tournesol et surtout la coquille du nautile.

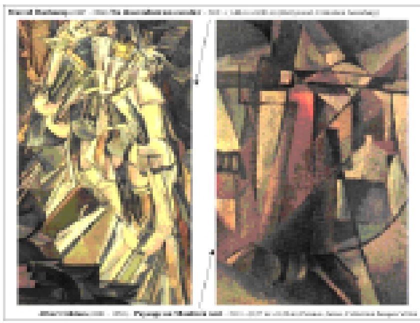
Pour en terminer avec les figures géométriques faisant intervenir naturellement le nombre d’or, je citerai encore les triangles d’or, pour mémoire.



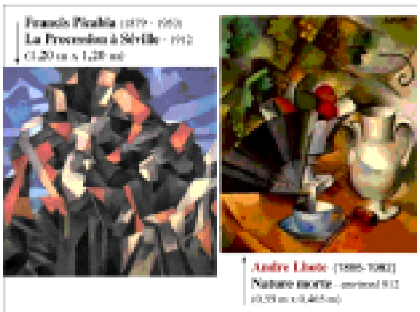
Il en existe deux types : les *triangles d’or*, issus du pentagone, et le *triangle doré de Pythagore* qui est un triangle rectangle dont l’hypothénuse est proportionnelle à Φ et l’un des côtés à 1 et qui ne doit pas être confondu avec le triangle «3, 4, 5», plus connu sous le nom de *triangle de Pythagore.*

Comme le rectangle d’or, les triangles d’or permettent des découpages successifs conduisant également à une spirale.

Ce n'est que vers le milieu du XIX^{e} siècle qu'apparaîtra l'idée d'un lien entre le nombre d'or et les Arts, tant en Allemagne avec Zeising, Fechner, Cantor… qu'en France, avec des artistes comme Seurat et surtout avec les ouvrages de Matila Ghyka. Ce dernier affirme que Φ et le beau ne font qu'un. Cela ne sera évidemment pas par hasard si, à l'initiative de Jacques Villon, les peintres Raymond Duchamp-Villon et Marcel Duchamp créent en 1911 un groupe auquel ils donnent le nom de *Section d'or !*



D'autres peintres se joignent à eux. Lors de leurs réunions dominicales qui se tiendront de 1911 à 1914, on y rencontre des artistes qui revendiquent la singularité de leur démarche : *là où le cubisme déracine, la Section d'or enracine* dira Jacques Villon. Partis du cubisme, ils prétendent rechercher l'harmonie des formes idéales en s'appuyant sur le nombre d'or.



Ils exposeront en octobre 1912 à la galerie La Boétie où, en plus des œuvres des fondateurs, on y trouve celles de peintres comme Alexander Archipenko, André Lhote, Roger de la Fresnaye, Louis Marcoussis et Francis Picabia. Lors de son inauguration, Guillaume Apollinaire déclarait : *On est à la section d'or, ce nouveau Salon qui a pris son nom à l'ancienne mesure de la beauté.*

Voilà justement exprimée une question fondamentale : l'esthétique est-elle quantifiable, le beau est-il mesurable ?

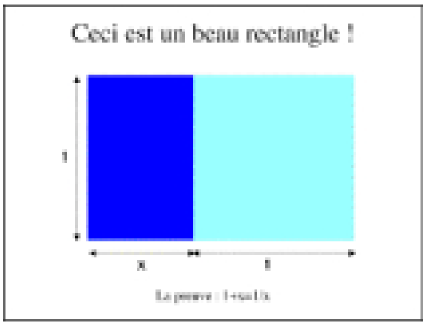
Évidemment, il faudrait déjà définir ce qu'est le beau… Sans chercher à y répondre, je ferai simplement mienne l'interrogation de Saint Augustin : *Cela est-il beau parce que cela plaît ? Ou bien cela plaît-il parce que cela est beau ?*

Je pense que le poète anglais Keats était plein de sagesse lorsqu'il écrivait dans son *Ode sur une urne grecque* :

Beauté est vérité, vérité est beauté.
C'est tout ce que nous savons sur terre,
Et c'est tout ce qu'il faut savoir.

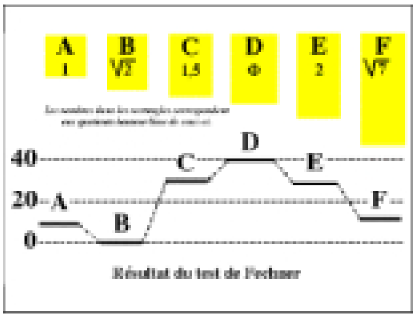
C’est peut-être ce que voulait exprimer Henri Poincaré en disant que *si ce n'était pour admirer la beauté de l’harmonie, la science ne serait pas digne d’intérêt.*

Dans son ouvrage *Ästetische Forschungen* paru en 1855, Adolphe Zeising précise que *pour qu’un tout, partagé en deux parties inégales, paraisse beau au point de vue de la forme, l’on doit avoir entre la petite partie et la grande le même rapport qu’entre la grande et le tout*. Pour lui, la section dorée devient ainsi le critère du beau.



À l’en croire, un rectangle d’or est de ce fait le plus beau des rectangles !

Mais, en toute rigueur, peut-on dire qu’un rectangle est beau ? Je pense que l’on peut seulement le trouver harmonieux, l’harmonie qualifiant le rapport des éléments d’un même ensemble.



C’est vraisemblablement pour vérifier cette hypothèse que Gustave Théodore Fechner a fait choisir à plusieurs centaines de personnes, parmi une série de rectangles plus ou moins longs, celui qui leur plaisait le plus. D’une manière significative, c’est celui dont le rapport des deux côtés était le plus proche du nombre d’or qui a été retenu.

Remarquons qu’en toute logique, les formats de tableaux devraient donc, a priori, tous être des rectangles dorés !

Déjà Fechner avait constaté qu’il n’en était rien et une étude plus récente confirme qu’ils sont généralement loin d’avoir de telles dimensions !

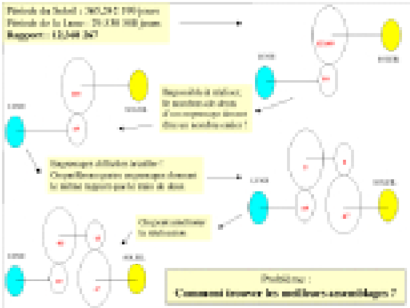
Rapports moyens des côtés de tableaux

Peintre	Nombre	Moyenne
Bellini	53	1,46 ± 0,10
Le Caravage	37	1,32 ± 0,15
Cézanne	100	1,26 ± 0,27
Delacroix	42	1,32 ± 0,17
Van Gogh	69	1,32 ± 0,19
Goya	34	1,04 ± 0,04
Pallady	127	1,30 ± 0,16
Rembrandt	39	1,33 ± 0,14
Toulouse-Lautrec	64	1,36 ± 0,12
	565	**1,34 ± 0,12**

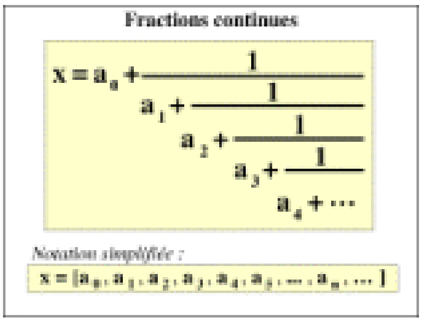
En effet, l'examen de 565 œuvres de peintres célèbres comme Bellini, Le Caravage, Césanne, Goya, van Gogh, Delacroix, Pallady, Rembrandt, Toulouse-Lautrec, a montré que le rapport des deux côtés des tableaux était de 1,34 ± 0,12 , valeur très différente de celle du nombre d'or (1,618…) !

Ce même Fechner aurait également étudié les dimensions des croix dans un cimetière et constaté que le rapport des deux branches avoisinait souvent le nombre d'or.

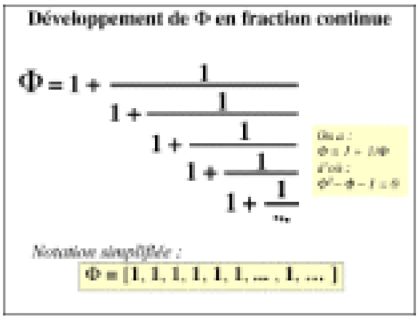
À mes yeux, la seule bonne interprétation qui pourrait justifier le classement précédent des rectangles de Fechner relève de l'arithmétique.



Pour étayer cette hypothèse, il me faut vous raconter l'histoire d'un projet de construction d'un planétarium, ce dispositif mécanique qui permet de visualiser des simulations de mouvements relatifs de planètes. La tâche de mener à bien cette réalisation fut confiée au mathématicien et astronome français Joseph Louis de Lagrange (né à Turin en 1736 et mort à Paris en 1813). Le problème qui s'est posé à lui a été celui de la détermination du nombre minimum de dents des engrenages permettant de rendre compte au mieux les rapports des périodes des mouvements des planètes. Évidemment, les nombres de dents sont obligatoirement des nombres entiers !



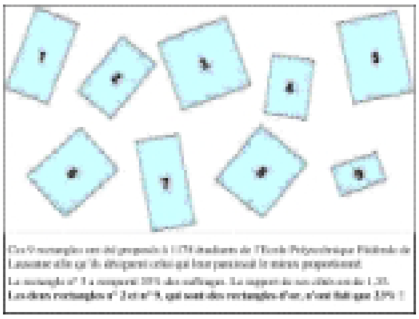
Or, par malchance pour Lagrange, mais heureusement pour l'arithmétique, les rapports de périodes sont souvent des nombres irrationnels et ne sont donc pas des quotients de deux nombres entiers. De ce fait, pour construire le planétarium, Lagrange a dû commencer par trouver les meilleures approximations des nombres irrationnels par des rationnels. C'est ainsi qu'il a développé la théorie des fractions continues, méthode qui permet d'approcher au mieux les nombres irrationnels par des nombres rationnels.



En étudiant la précision de ces approximations, on montre que le nombre le plus difficile à approcher est, comme par hasard, la divine proportion !

De ce fait, pour interpréter le classement des rectangles précédent, on peut se demander si, lorsque nous observons un rectangle, notre cerveau ne chercherait pas inconsciemment à déterminer combien de fois un côté est compris dans l'autre et que nous serions d'autant plus satisfaits que nous avons du mal à trouver la réponse ! Ne serions-nous pas un peu masochistes ?

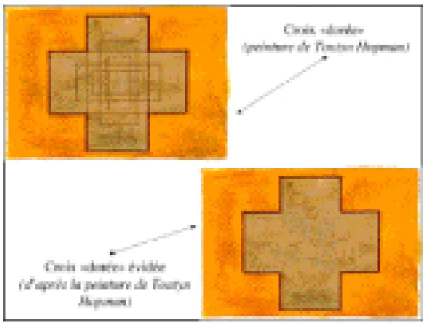
Il faut cependant dire qu'à l'époque de Fechner, les résultats de son test sur le classement des rectangles avait été très contestés par certains.



Dans un sondage très récent (2004), neuf rectangles ont été proposés à 1178 étudiants de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne afin qu'ils désignent celui qui leur paraissait le mieux proportionné.

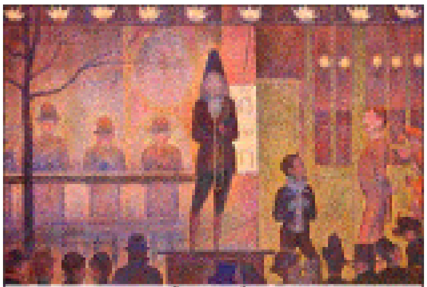
Le rectangle n° 5, dont le rapport de ses côtés est de 1,35, a remporté 35% des suffrages. L'ensemble des deux rectangles n° 2 et n° 9, qui sont des rectangles d'or, n'ont fait que 23% !

Pour en revenir à la peinture, lorsque nous regardons un tableau, nous apprécions plus son contenu que ses dimensions, ce qui est heureux !



Par exemple, considérons une croix construite à partir de rectangles d’or. Il me semble qu’elle paraît plus harmonieuse si ces derniers sont matérialisés.

Indépendamment du sujet, ce qui retient notre attention dans un tableau sont les couleurs et les proportions relatives des divers éléments constitutifs. Cependant, si l’on fait une étude approfondie de sa construction en le découpant en figures géométriques élémentaires, on s’aperçoit alors que l’on peut très souvent voir une présence du nombre d’or, ou de son inverse, surtout compte tenu des imprécisions des mesures !



La parade

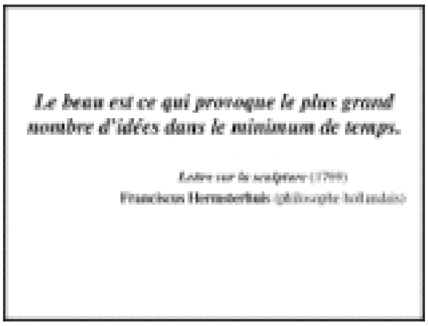
D’ailleurs, en France, avec Seurat en particulier, il y a eu toute une école qui a construit les dispositions des motifs peints sur une base de 8/5 e. Or cinq et huit, qui sont deux nombres consécutifs de la suite de Fibonnacci, ont un quotient donnant une approximation du nombre d’or à 1/100 e près. Il devient alors facile de considérer que la disposition des sujets de leurs peintures se réfère au nombre d’or ! Par contre, on peut se demander si des artistes comme Botticelli, où des spécialistes retrouvent de pareilles dispositions dans leurs œuvres, l’ont fait consciemment ou non.

Personnellement, je pense que beaucoup d’artistes commencent par quadriller leur toile avant de peindre. Par ces découpages, ils peuvent ainsi introduire fortuitement un fractionnement en 5/8, excellente approximation de l’inverse de Φ, et ils donnent ainsi l’impression d’avoir utilisé le nombre d’or !

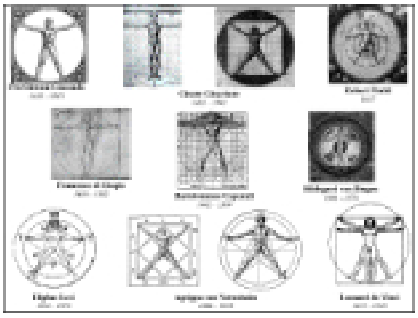
Tous ces artistes n’ont-ils pas été tout simplement fidèles, avant l’heure, à ce conseil de Pissarro disant qu’*Il faut s’abandonner à son instinct de peintre. Le raisonnement, la science, risquent de refroidir la sensation*.

A priori, je crois que la beauté est plus dans le regard que dans la chose regardée. C’est l’expression d’une sensation individuelle : ne me paraît beau que ce qui m’est agréable ! Cela justifierait d’ailleurs le vieil adage : tous les goûts sont dans la nature ! L’éducation influençant indéniablement notre perception de l’esthétique, on peut ainsi expliquer les modes. Ainsi vue, la beauté correspondrait à une norme culturelle liée à une société, norme qui évolue donc dans le temps. On peut cependant objecter que la nature, qui est pratiquement immuable, exprime une beauté qui a traversé les âges !

Finalement, ce qui nous rend une chose belle, n’est-ce pas tout simplement son harmonie et l’éducation de notre regard ?

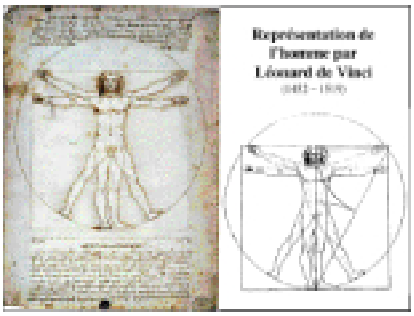


La réponse se trouve peut-être dans la *Lettre sur la sculpture* que le philosophe hollandais Franciscus Hermsterhuis écrivait en 1769 : *le beau est ce qui provoque le plus grand nombre d'idées dans le minimum de temps.*



De nombreux artistes ont stylisé l'homme en l'enfermant dans des figures géométriques simples. Certains modèles proposés font implicitement apparaître le nombre d'or dans les proportions humaines.

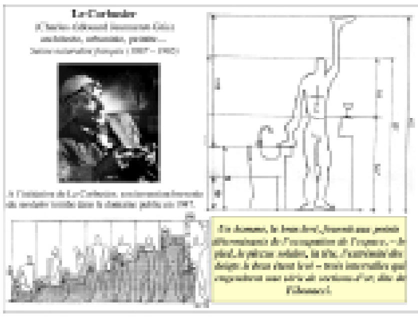
L'une des plus célèbres représentations est celle d'Agrippa von Nettesheim qui en illustrant le *De occulta philosophia (1510)*, place l'homme dans un pentagone régulier étoilé et le lie ainsi morphologiquement au nombre d'or.



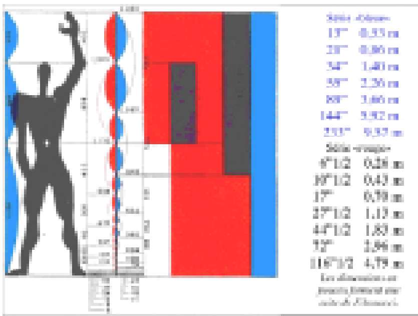
De même, Leonard de Vinci met son *Homme vitruvien* dans un carré et un cercle, situant le nombril de manière à diviser sa taille harmoniquement.

Cette caractéristique morphologique se retrouve dans de nombreuses sculptures qui sont considérées comme les chefs-œuvres grecs. En particulier, c'est le cas de la Vénus de Milo.

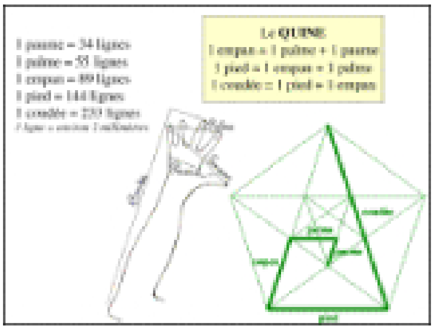
Cependant, des mesures effectuées sur des centaines de personnes montrent que ceci est loin d'être vérifié aujourd'hui. Mais l'était-ce à l'époque où ces œuvres furent produites ? Ce rapport semble d'ailleurs dépendre de la race, de l'âge et du sexe. En particulier, ce sont les hommes qui s'éloignent le plus du nombre d'or. Doit-on en conclure que les femmes sont toujours les plus belles ?



Vers le milieu du siècle dernier, partant de la stature humaine, Le Corbusier a inventé le *modulor*, un système de mesures harmoniques destiné à la réalisation des intérieurs d'immeubles. Il est basé sur les proportions d'un homme ayant une taille de 1,83 mètre et mesurant 2,26 mètres lorsqu'il a les bras levés. D'après Le Corbusier, *un homme, le bras levé, fournit aux points déterminants de l'occupation de l'espace, – le pied, le plexus solaire, la tête, l'extrémité des doigts le bras étant levé – trois intervalles qui engendrent une série de sections d'or, dite de Fibonacci*. Ce sont ces mesures qu'il a utilisé dans la conception de ses cinq *Cités radieuses*, celles de Marseille (1947-1951), Rezé (1953-1955), Briey (1957-1959), Firminy (1965-1967) en France et celle de Berlin (1956-1958) en Allemagne.

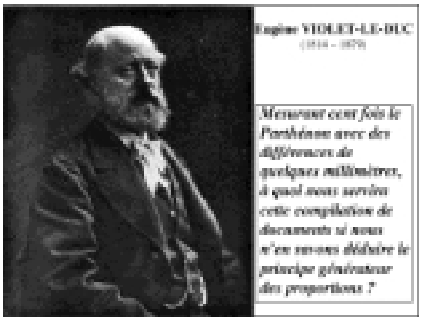


Ce n'était pas la première fois que le nombre d'or serait intervenu en architecture. En effet, on a voulu le retrouver dans les cathédrales, dans le Parthénon et même dans la grande pyramide de Chéops…



La présence, bien moins apparente qu'on ne le dit, du nombre d'or dans les constructions de cathédrales pourrait s'expliquer avec l'hypothèse que leurs bâtisseurs auraient employé comme instrument de mesure la *canne du bâtisseur*, encore appelée *canne royale.* Celle-ci aurait été basée sur le *quine*, ensemble de cinq unités. Partant de la *paume* qui vaut 34 lignes et de la palme qui en vaut 55, on en déduit trois autres. On a ainsi l'*empan* correspondant à une *paume* augmentée d'une *palme*, le *pied* valant un *empan* plus une *palme* et la *coudée* qui est la somme d'un *pied* et d'un *empan*. Dans ces relations entre ces unités, on reconnaît la construction des termes d'une suite de Fibonacci. La canne avait une longueur totale de 555 lignes, correspondant aux cinq unités mises bout à bout, soit environ 1,25 mètre, la ligne étant de l'ordre de 2,1 millimètres, le douzième d'un pouce.

Mais comment reconnaître la réalité de l'utilisation de ces unités ? En effet, à cette époque, les moyens techniques de mesure étaient alors bien moins évolués qu'aujourd'hui et les tracés étaient loin d'être assistés par ordinateur ! Même la règle graduée semble avoir été peu utilisée sur les chantiers. En fait, seul le maître d'œuvre disposait d'une *latte à mesurer*, la *viga*, qui servait d'étalon local. Parfois, on scellait même dans les fondations une copie de sa règle à laquelle se référaient tous les artisans, qu'ils soient tailleurs de pierre, charpentiers ou autres. Il n'y avait plus qu'à reporter cette longueur à l'aide d'un compas. C'est donc uniquement dans les proportions que l'on pourrait espérer trouver la réponse à la question précédente…

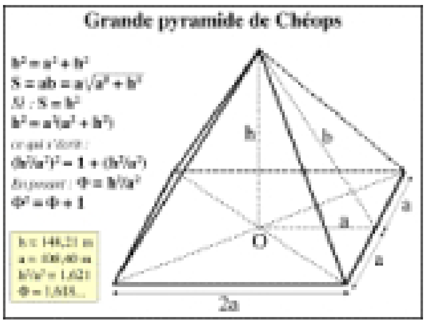


Mais, ainsi que l'écrivait fort justement Eugène Violet-le-Duc dans son *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du* XI^{e} *au* XVI^{e} *siècle : Mesurant cent fois le Parthénon avec des différences de quelques millimètres, à quoi nous servira cette compilation de documents si nous n'en savons déduire le principe générateur des proportions ?*

Le but poursuivi par certains est de montrer que l'art de bâtir les cathédrales est issu de celui d'élever des pyramides. Pour cela, ils se réfèrent à des mesures prétendues précises de monuments ayant plusieurs dizaines de mètres de hauteur, édifices qui, de plus, sont souvent très érodés par le temps ! Il ne fournissent aucune indication sur la manière dont ces mesures ont été effectuées, informations qui permettraient éventuellement de valider des dimensions données à moins d'un centimètre près ! C'est cependant à partir de ces valeurs plus qu'incertaines qu'ils prétendent justifier cet héritage des tailleurs de pierre et à introduire le nombre d'or !

Dans certains cas, on pourait penser que l'hypothèse correspond à la réalité.

Par exemple, pour la Grande pyramide de Chéops construite il y a environ 47 siècles, Hérodote aurait rapporté que les prêtres égyptiens lui avaient enseigné que les proportions établies entre le côté de la base et la hauteur de la pyramide étaient telles que le carré construit sur la hauteur verticale égalait exactement la surface de chacune des faces triangulaires.



On peut le vérifier aisément par le calcul.

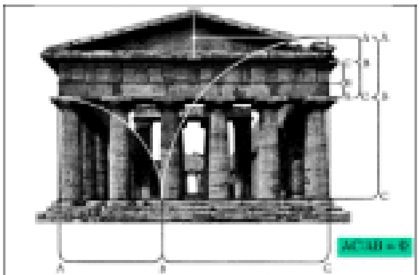
La hauteur du triangle b est donnée par : $b^2 = a^2 + h^2$
On en déduit la surface : $S = ab = a(a^2 + h^2)^{1/2}$
$S = h^2$, cela entraîne : $h^2 = a^2(a^2 + h^2)$
ce qui s'écrit : $(h^2/a^2)^2 = 1 + (h^2/a^2)$
et, en posant : $\Phi = h^2/a^2$ on retrouve : $\Phi^2 = \Phi + 1$

Les mesures correspondent à h = 148,21 mètres et a = 108,40 mètres.
On a : $(h/a)^2 = (148,2/116,4)^2 = 1,2732^2 = 1,621$ ce qui est peu différent de $\Phi = 1,618$

Pour en terminer avec la pyramide, on peut aussi remarquer que : 1,2732… = $4/\pi$.
De là, certains ont prétendus que π intervenait dans les dimensions de la pyramide !

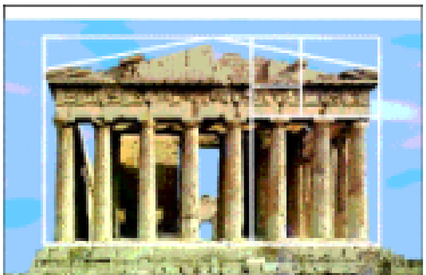
Je me dois de préciser qu'il semblerait que l'on ne trouve aucune trace de la citation d'Hérodote dans ses œuvres et qu'ainsi, l'apparition de Φ dans la pyramide ne serait qu'une simple coïncidence !

Cependant, afin de mettre en évidence le rôle du nombre d'or dans une conception architecturale, on voit souvent des quadrillages précis superposés à des images aux contours imprécis.



Temple grec dorique de Paestum (sud de Naples)
datant du 6e siècle av. J.C.

Par exemple, si on regarde le Temple de Neptune construit au sixième siècle avant notre ère dans la cîté grecque de Paestrum, au sud de Naples, le nombre d'or semble être omniprésent, du moins dans le schéma classique qu'on en donne. Mais si l'on étudie de près le tracé proposé, on voit que les deux cercles exprimant la division harmonique sont tangents en B sur la partie gauche de la troisième colonne, alors que les points A et C correspondants sont l'un à gauche et l'autre à droite des colonnes… Tous les autres ensembles de points A, B et C sont aussi vagues !



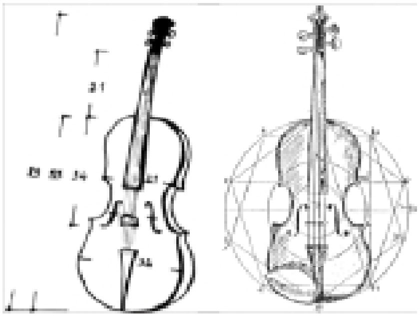
Parthénon (447 – 436 av. J.C.)

Alors que penser du Parthénon qui sert pourtant d'exemple justifiant l'utilisation du nombre d'or en architecture ?

Je vous rappelle que j'avais dit dans mon introduction que la notation Φ avait été choisie en mémoire de son architecte Phidias. À la lumière des remarques précédentes, quitte à conserver ce symbole, j'estime qu'il aurait été plus judicieux de considérer que cela a été fait en référence à Fibonacci !

Dans d'autres cas, pour des édifices plus récents, l'apparition du nombre d'or, bien que généralement peu évidente, n'est cependant pas impensable !

Je ne peux quitter le domaine artistique sans dire un mot de la présence de la divine proportion en poésie et dans la musique. Évidemment, certains n'ont pas manqué de retrouver son influence dans des rythmes de poèmes ou de mélodies. J'avoue n'avoir aucun exemple convaincant à citer pour étayer cette affirmation !



Pour relier le nombre d'or à la musique, je n'ai trouvé de probant que les travaux du luthier Max Möckel qui, partant de l'hypothèse que les idées de Luca Pacioli, Léonard de Vinci et Albert Dürer avaient dû jouer un rôle dans la conception de violons qui fut à son apogée à la Renaissance, développa une norme de fabrication basée sur la divine proportion. J'ajouterai que certains prétendent que des facteurs de violons ont dessiné ceux-ci dans des pentagones.

Dans le titre de ma causerie, je posais la question : nombre d'or ou nombre d'art, mathématique ou esthétique ?

Finalement, après toutes ces considérations relatives à l'intervention du nombre d'or dans les Arts, je pense qu'on dit le voir partout mais qu'en réalité il n'apparaît qu'extrêmement rarement d'une manière certaine.

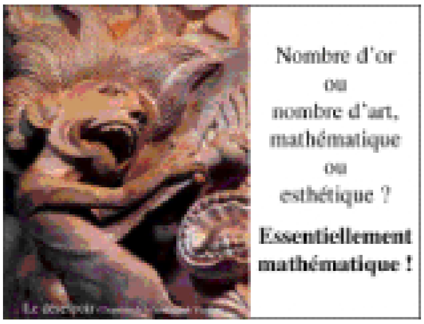

Φ = 1,6180…

2 000 premières décimales du nombre d'or

Ce nombre, à qui ses dénominations confèrent un aspect mystérieux, a été à la base d'une véritable mystique ! Il continue à fasciner et beaucoup en parlent sans d'ailleurs pouvoir justifier rigoureusement leurs assertions. Je pense qu'il n'est finalement qu'un nombre irrationnel parmi une infinité, un nombre qui a des propriétés arithmétiques remarquables comme beaucoup d'autres en ont. Il a suscité l'attention des arithméticiens et certains se sont même *amusés* à en calculer des valeurs de plus en plus approchées : le record serait détenu depuis 1998 avec 10 000 000 de décimales ! Tant du point de vue mathématique que pratique, cela n'offre rigoureusement aucun intérêt !

Même si on le rencontre parfois en architecture, il semble difficile d'admettre qu'il aurait servi de base pour la construction d'édifices anciens, car il n'existe aucun traité d'architecture écrit dans l'antiquité ou durant le Moyen-Âge faisant allusion au nombre d'or !

J'aurais aimé que Singh se justifie lorsqu'il prétend que, grâce à l'hémisphère droit, notre cerveau perçoît le nombre d'or et fait ressentir un plaisir esthétique. En effet, si beaucoup affirment que Φ a joué un rôle dans le domaine artistique, j'estime que ce rôle est en réalité nettement moins important que la légende veut le faire accroire.

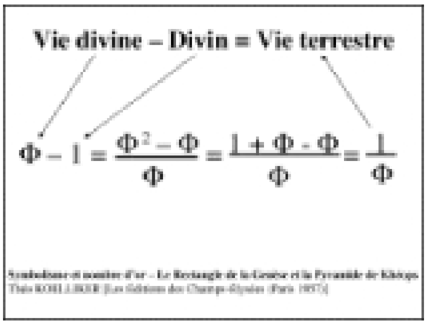


Plutôt qu'être l'expression prétendue de la beauté artistique, le nombre d'or n'est-il pas digne d'intérêt uniquement pour son intrinsèque beauté mathématique ? Je reprendrai à mon compte cette affirmation d'Henri Poincaré : *Le mathématicien n'étudie par les mathématiques pures parce qu'elles sont utiles ; il les étudie parce qu'il y prend plaisir, et il y prend plaisir parce qu'elles sont belles*. Je compléterai cette citation par ce mot du mathématicien Karl Weierstrass : *Nul mathématicien ne peut être un mathématicien accompli s'il n'est aussi poète.*

Tout est arrangé par le nombre prétendait Pythagore ! Mais pourquoi le nombre d'or aurait-il été dévolu aux Arts ?

D'après le mathématicien Leopold Kronecker : *Dieu a créé les nombres entiers ; tout le reste a été créé par l'homme*. Aussi, à mon avis, Φ étant un nombre irrationnel, cette proportion ne peut donc pas être divine !

J'ajouterai que, autant j'aime la symbolique des nombres, autant je crains l'élaboration de systèmes plus ou moins ésotériques basés sur leur symbolique.



À titre d'exemple, je citerai Thomas Koelliker qui, dans un ouvrage estime que Φ représenterait la *vie divine*. En lui retranchant le *divin*, représenté par l'unité, il obtient la *vie terrestre*. Ainsi, compte tenu que Φ – 1 est égal à 1/Φ, l'inverse de la divine proportion symboliserait la vie terrestre !

Mais, ainsi que l'a si bien dit Alfred Sauvy : *les nombres sont fragiles ; ils avouent facilement tout sous la torture*. J'espère ne pas avoir trop fait souffrir Φ et surtout vous-mêmes !

En ce qui concerne la divine proportion, le nombre d'or… laissons-le dormir !

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

Le nombre d'or
Marius CLEYET-MICHAUD
Collection *Que saisje ?* PUF (Paris 1997)

Le nombre d'or
Matila C. GHYKA
Gallimard (1931, renouvelé en 1959)

Philosophie et mystique des nombres
Matila C. GHYKA
Payot (1978)

Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts
Matila C. GHYKA
Ed. du Rocher (1987)

Les nombres sacrés et l'origine des religions
M.-H. GOBERT
Éd. Baudouin (Paris 1977)

Symbolisme et nombre d'or
Le Rectangle de la Genèse et la Pyramide de Khéops
Théo KOELLIKER
Les éditions des Champs-Élysées (Paris 1957)

Le nombre d'or
Don NEROMAN
Dervy-Livres (Paris 1981)

Le nombre d'or
Marguerite NEVEUX & H. E. HUNTLEY
Seuil (Paris 1995)

Les nombres sacrés
dans la Tradition Pythagoricienne Maçonnique
Arturo REGHINI
Arché (Milano 1981)

La divine proportion & l'art de la géométrie
Jacques THOMAS
Archè Édidit (Paris 1993)

Géométrie du nombre d'or
Robert VINCENT
Chalagam éditions (Paris 2007)

Le nombre d'or
Claude-Jacques WILLARD
Magnard (Paris 1964)